

# UWLC 要素試験シミュレーションチュートリアル

～PZ-Sand モデルおよびPZ-Clay モデルのパラメータ同定について～

2005年 6月

株式会社フォーラムエイト

# 目 次

1. はじめに.....	3
2. PZ-Sand モデルのパラメータの同定.....	4
2.1. 構成式.....	4
2.2. モデルパラメータ.....	7
2.3. 解析例1.....	12
2.3.1. 圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験による PZ-Sand モデルのパラメータの同定.....	12
2.3.2. 繰返し非排水三軸試験による PZ-Sand モデルのパラメータの同定.....	21
3. PZ-Clay モデルのパラメータの同定.....	32
3.1. 構成式.....	32
3.2. モデルパラメータ.....	35
3.3. 解析例1.....	39
3.4. 解析例2.....	45
4. おわりに.....	51
参考文献:.....	52

## 1. はじめに

本資料は、要素試験シミュレーションにより PZ-Sand モデルならびに PZ-Clay モデルのパラメータを同定する方法について説明するものです。

一般に定数と考えられるパラメータを含めて、PZ-Sand モデルのモデルパラメータは全部で 15 個あり、PZ-Clay モデルのモデルパラメータは全部で 10 個あります。これらのパラメータは、試験結果のフィッティングおよびマッチングを行うことにより同定することができます。

要素試験として、圧密排水( $CD$ )三軸圧縮試験、圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験および繰返し非排水三軸試験が最もよく行われています。したがって、ここでは、これらの試験結果を用いて PZ-Sand モデルおよび PZ-Clay モデルのパラメータを同定する方法を説明します。また、「地盤の動的有効応力解析 UWLC」に付属されている要素試験シミュレーションプログラムを使用してこれらのパラメータを決定する手順を、実際の例を用いて示します。

本資料が、設計・検討業務に地盤の「動的有効応力解析 UWLC」を適用する際の一助となれば、幸いです。

## 2. PZ-Sand モデルのパラメータの同定

### 2.1. 構成式

砂の Pastor-Zienkiewicz モデル(PZ-Sand モデル)は、Zienkiewicz の研究グループが開発した一般化塑性モデルです<sup>1, 2)</sup>。PZ-Sand モデルでは、式(2.1.1)～(2.1.9)で表される量を定義します。

$$p = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (2.1.1)$$

$$q = \sqrt{3J_2} \quad (2.1.2)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( -\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad \left( -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \right) \quad (2.1.3)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji} \quad (2.1.4)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} \quad (2.1.5)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2.1.6)$$

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{kk} \quad (2.1.7)$$

$$d\varepsilon_s = \left( \frac{2}{3} de_{ij} de_{ji} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.8)$$

$$de_{ij} = d\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} d\varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (2.1.9)$$

一般化塑性モデルでは、砂のダイレイタンスーを式(2.1.10)で表します。

$$d_g = (1 + \alpha_g)(M_g - \eta) \quad (2.1.10)$$

- ここで、
- $p$  : 平均主応力
  - $\sigma_{kk}$  : 軸方向応力
  - $q$  : 偏差応力
  - $J_2$  : 偏差応力の第 2 不変量
  - $J_3$  : 偏差応力の第 3 不変量
  - $s_{ij}$  : 偏差応力テンソル
  - $\sigma_{ij}$  : 応力テンソル
  - $\delta_{ij}$  : クロネッカーの符号
  - $d\varepsilon_v$  : 体積ひずみ増分
  - $d\varepsilon_{kk}$  : 軸方向ひずみ増分
  - $d\varepsilon_s$  : せん断ひずみ増分
  - $de_{ij}$  : 偏差ひずみ増分テンソル
  - $d\varepsilon_{ij}$  : ひずみ増分テンソル
  - $\eta = \frac{p'}{q}$  : 応力比
  - $\alpha_g, M_g$  : モデルパラメータ
  - $d_g$  : ダイレイタンスーを表す値

塑性流れ方向は、式(2.1.11)の単位ベクトルで定義されます。

$$\mathbf{n}_g = \frac{1}{\sqrt{1+d_g^2}} \begin{Bmatrix} d_g \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.1.11)$$

一方、直交ベクトルは、式(2.1.12)で定義されます。

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{1+d_f^2}} \begin{Bmatrix} d_f \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.1.12)$$

ここで、式(2.1.13)が成り立ちます。

$$d_f = (1 + \alpha_f)(M_f - \eta) \quad (2.1.13)$$

ここで、 $\alpha_f, M_f$  : モデルパラメータ

$d_f$  : 応力方向に関する値

$M_f$  と  $M_g$  は等しくないで、このモデルは非関連モデルです。ベクトル  $\mathbf{n}$  により载荷か除荷かを判別することができます。

$$\mathbf{n}^T d\boldsymbol{\sigma}^e > 0 : \text{载荷} \quad (2.1.14a)$$

$$\mathbf{n}^T d\boldsymbol{\sigma}^e < 0 : \text{除荷} \quad (2.1.14b)$$

$M_g$  と  $M_f$  において、三軸圧縮側の  $M_c$  と三軸伸長側の  $M_e$  は、それぞれ三軸圧縮側の内部摩擦角  $\phi'_c$  と三軸伸長側の内部摩擦角  $\phi'_e$  との間に式(2.1.15)の関係があります。

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_c}{3 - \sin \phi'_c} \quad (2.1.15a)$$

$$M_e = \frac{6 \sin \phi'_e}{3 + \sin \phi'_e} \quad (2.1.15b)$$

ある Lode 角  $\theta$  に対して、 $M$  は式(2.1.16)で表されます。

$$M = \frac{2M_e}{\left(1 + \frac{M_e}{M_c}\right) - \left(1 - \frac{M_e}{M_c}\right) \sin 3\theta} \quad (2.1.16)$$

载荷時の塑性係数を式(2.1.17)で計算します。

$$H_L = H_0 p' H_f (H_v + H_s) H_D \quad (2.1.17)$$

ここで、

$$H_f = \left(1 - \frac{\eta}{\eta_f}\right)^4 \quad (2.1.18)$$

$$\eta_f = \left(1 + \frac{1}{\alpha_f}\right) M_f \quad (2.1.19)$$

$$H_v = 1 - \frac{\eta}{M_g} \quad (2.1.20)$$

$$H_s = \beta_0 \beta_1 \exp(-\beta_0 \xi) \quad (2.1.21)$$

$$\xi = \int d\xi \quad d\xi = (de_{ij}^p de_{ij}^p)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.22)$$

$$H_D = \left(\frac{\xi_{MAX}}{\xi}\right)^\gamma \quad (2.1.23)$$

$$\varsigma = p' \left\{ 1 - \frac{\alpha_f \eta}{1 + \alpha_f M_f} \right\}^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2.1.24)$$

ここで、 $H_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma$  は、モデルパラメータです。

除荷時の塑性係数を式(2.1.25)で計算します。

$$H_U = \begin{cases} H_{U0} \left( \frac{M_g}{\eta_U} \right)^{\gamma_U} & \text{for } \left| \frac{M_g}{\eta_U} \right| > 1 \\ H_{U0} & \text{for } \left| \frac{M_g}{\eta_U} \right| \leq 1 \end{cases} \quad (2.1.25)$$

ここで、 $\eta_U$  は除荷の開始時点での  $\eta$  であり、 $H_{U0}$ ,  $\gamma_U$  はモデルパラメータです。

体積弾性係数とせん断弾性係数は、Zienkiewiczらの一般化塑性モデルでは  $p'$  と線形的な関係を仮定していますが、ここでは、それぞれ式(2.1.26)、式(2.1.27)で定義します。

$$K_{ev} = K_{ev0} P_a \left( \frac{p'}{P_a} \right)^{m_y} \quad (2.1.26)$$

$$K_{es} = K_{es0} P_a \left( \frac{p'}{P_a} \right)^{m_s} \quad (2.1.27)$$

せん断弾性係数  $G$  は、式(2.1.28)で表されます。

$$G = \frac{1}{3} K_{es} \quad (2.1.28)$$

## 2.2. モデルパラメータ

一般に、PZ-Sand モデルの 15 個のパラメータのうち 12 個 ( $M_g$ 、 $M_f$ 、 $C$ 、 $\alpha_g$ 、 $\alpha_f$ 、 $m_s$ 、 $m_v$ 、 $K_{es0}$ 、 $K_{ev0}$ 、 $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 、 $H_0$ ) は圧密排水 (CD) 三軸圧縮試験もしくは圧密非排水 ( $\overline{CU}$ ) 三軸圧縮試験の結果を用いて同定し、他の 3 個 ( $H_{U0}$ 、 $\gamma$ 、 $\gamma_U$ ) は繰返し非排水三軸試験の結果を用いて同定します。

PZ-Sand モデルのパラメータを同定する前に、要素試験シミュレーションの対象となる実験結果を整理します。整理する項目は、試験種類によって異なります。(1)~(3)にそれぞれの実験結果に対して整理する項目を示します。

### (1) 圧密排水 (CD) 三軸圧縮試験

①~④の関係を整理します。

- ① 主応力差  $q (= \sigma_1 - \sigma_3)$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ② 体積ひずみ  $\varepsilon_v$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ③ 応力比  $\eta (= q/p')$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ④ ダイレイタンスー ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ ) ~ 応力比  $\eta$  曲線

### (2) 圧密非排水 ( $\overline{CU}$ ) 三軸圧縮試験

①~④の関係を整理します。

- ① 主応力差  $q$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ② 間隙水圧  $\Delta u$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ③ 主応力差  $q$  ~ 平均有効主応力  $p'$  曲線 (有効応力経路)
- ④ 応力比  $\eta (= q/p')$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線

### (3) 繰返し非排水三軸試験

①~⑥の関係を整理する。

- ① 繰返し偏差応力  $\sigma_a$  の時刻歴
- ② 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  の時刻歴
- ③ 過剰間隙水圧  $\Delta u$  もしくは過剰間隙水圧比  $L_u$  の時刻歴
- ④ 主応力差  $q$  ~ 平均有効主応力  $p'$  曲線 (有効応力経路)
- ⑤ 主応力差  $q$  ~ 軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ⑥ 繰返し応力振幅比 ~ 繰返し载荷回数曲線 (液状化強度曲線)

以上に示した曲線に解析結果をフィッティングさせることより、PZ-Sand モデルのパラメータを同定することができます。

次に、それぞれのパラメータについて、具体的な同定方法を述べます。

1.  $M_g$

パラメータ  $M_g$  を同定する方法は 3 つあります。それらを①～③に示します。

- ① 圧密排水(CD)三軸圧縮試験もしくは圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の応力比  $\eta (=q/p')$  ～軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線から読み取ります。 $M_g$  はおおよそ最大応力比と等しくなります。
- ② 圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の主応力差  $q$  ～平均有効主応力  $p'$  曲線(有効応力経路)から読み取ります。 $M_g$  はおおよそ原点から引いた  $q \sim p'$  曲線と接する直線の勾配と等しくなります。
- ③ 圧密排水(CD)三軸圧縮試験のダイレイタンスー( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ )～応力比  $\eta$  曲線は一般に直線で近似することができます。 $M_g$  はダイレイタンスーがゼロのときの応力比になります。

2.  $M_f$

パラメータ  $M_f$  を同定する方法は 2 つあります。また、 $D_r \cdot M_g$  ( $D_r$ : 相対密度)を  $M_f$  の初期値とすることも多いです。

- ① 圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の  $q \sim p'$  曲線(有効応力経路)の形状と一致するように  $M_f$  を調整します。
- ② 密な砂においては、圧密排水(CD)三軸圧縮試験の体積ひずみ  $\varepsilon_v$  ～せん断ひずみ  $\gamma$  もしくは軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線から読み取ります。 $M_f$  は体積収縮から膨張に変化する時の応力比になります。

3.  $C$

パラメータ  $C$  は伸張側と圧縮側の限界状態線(CSL)の勾配の比です。 $C=0.80$  を用いることが多いです。

多くの実験結果では、三軸圧縮側の内部摩擦角  $\phi'_c$  は三軸伸長側の内部摩擦角  $\phi'_e$  と等しくなります。この場合、 $C$  は式(2.2.1)で表すことができます。

$$C = \frac{3}{3 + M_g} \tag{2.2.1}$$

また、図-2.2.1 に示すように、式(2.1.16)で表される  $\pi$  平面上の降伏面が凸な形状を保つために、 $C \geq 7/9$  であることが必要です。

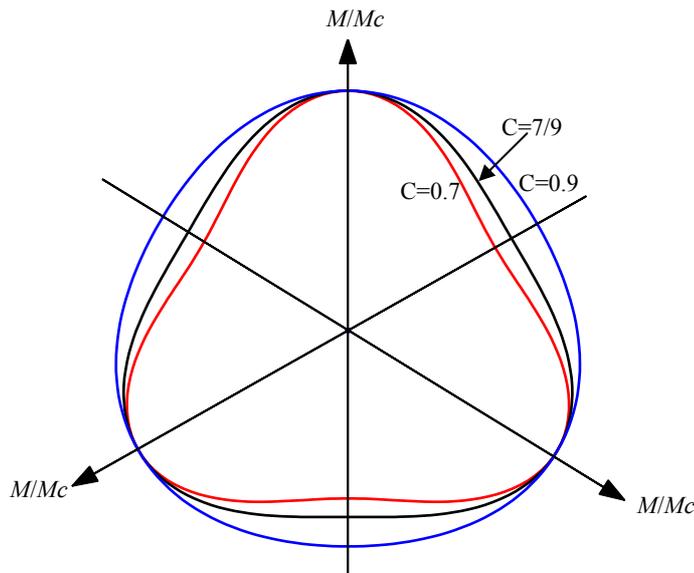


図-2.2.1 パラメータ  $C$  の  $\pi$  平面上の降伏面の形状に及ぼす影響

4.  $\alpha_g$

$\alpha_g$  は圧密排水(CD)三軸圧縮試験のダイレイタンスー( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ )～応力比  $\eta$  曲線の勾配と等しいですが、 $\alpha_g$  を 0.45 とすることが多いです。

5.  $\alpha_f$

$\alpha_f = \alpha_g$  とすることが多いです。

6.  $m_s$

パラメータ  $m_s$  は 0.4～0.8 程度の値となり、0.5 とすることが多いです。

7.  $m_v$

一般に、パラメータ  $m_v$  を  $m_s$  と同じ値に設定することを推奨しています。その場合、ポアソン比は応力に関係なく一定となります。

8.  $K_{es0}$

$K_{es0}$  は、要素試験シミュレーションプログラム中のパラメータ  $G_{es0}$  を指します。

主応力差  $q$  ～軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線の初期勾配を  $E_i$  とすると、 $K_{es0}$  は式(2.2.2)より計算することができます。

$$K_{es0} = \frac{3E_i}{2(1+\nu)P_a(p'_0/P_a)^{m_s}} \quad (2.2.2)$$

ここに、 $p'_0$  は初期平均有効主応力、 $P_a$  は大気圧であり、一般に  $P_a = 100kPa$  です。 $\nu$  はポアソン比であり、圧密排水(CD)三軸圧縮試験の場合には 0.2～0.3 とし、圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の場合には 0.5 とします。

式(2.2.2)より計算した  $K_{es0}$  を初期値とし、この値を必要に応じて調整することにより、主応力差  $q$  ～軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線を精度よく再現することができます。

9.  $K_{ev0}$

$K_{ev0}$  と  $K_{es0}$  の間には、式(2.2.3)で示す関係があります。

$$K_{ev0} = \frac{2K_{es0}(1+\nu')}{9(1-2\nu')} \quad (2.2.3)$$

ここに、 $\nu'$  はポアソン比であり、圧密排水(CD)三軸圧縮試験、圧密非排水(CU)三軸圧縮試験に関わらず 0.2～0.3 とします。式(2.2.3)より計算した  $K_{ev0}$  を初期値とし、この値を必要に応じて調整することにより、圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の間隙水圧  $\Delta u$  ～軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線、もしくは圧密排水(CD)三軸圧縮試験の体積ひずみ  $\varepsilon_v$  ～軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線を精度よく再現することができます。

10.  $\beta_0$

$\beta_0$  の値の範囲は 1～10 で、4.2 前後の値が設定されることが多いです。初期値として 4.2 が用いられます。

11.  $\beta_1$

$\beta_1$  の値の範囲は 0.1～0.2 で、0.12 前後の値が設定されることが多いです。初期値として 0.12 が用いられます。

## 12. $H_0$

主応力差  $q \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線のフィッティングを行うことにより、 $H_0$  を決定することができます。また、圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の  $q \sim p'$  曲線(応力経路)の形状をマッチングすることにより、 $H_0$  を同定することができます。 $H_0$  は砂の相対密度  $D_r$  とある程度の相関があるため、 $H_0$  の初期値は表-2.2.1 に示す範囲内で選ぶことを推奨しています。

表-2.2.1 砂の状態と  $H_0$  の関係

砂の状態	相対密度 $D_r$	$H_0$
非常に緩い (very loose)	<0.2	200~400
緩い (loose)	0.2~0.4	400~700
締まった (compact)	0.4~0.6	600~900
密な (dense)	0.6~0.8	800~1100
非常に密な (very dense)	>0.8	1000~1500

## 13. $H_{U0}$

繰返し非排水三軸試験結果より同定します。1 回目の除荷時の  $q \sim p'$  曲線(有効応力経路)における除荷初期の勾配をマッチングすることにより、 $H_{U0}$  を同定することができます。

$H_{U0}$  の値の範囲は 4000~10000kPa で、初期値として  $H_{U0} = 6000$  を用いることが多いです。

## 14. $\gamma$

繰返し非排水三軸試験結果より同定します。1 回目の除荷時における  $q \sim p'$  曲線(有効応力経路)の形状をマッチングすることにより、 $\gamma$  を同定することができます。また、繰返し载荷の回数をマッチングすることにより、 $\gamma$  を同定することもできます。

$\gamma$  の値の範囲は 1.0~15.0 で、初期値として  $\gamma = 8.0$  を用いることが多いです。

## 15. $\gamma_U$

繰返し非排水三軸試験結果より同定します。1 回目の再载荷時における  $q \sim p'$  曲線(有効応力経路)の形状をマッチングすることにより、 $\gamma_U$  を同定することができます。また、繰返し载荷の回数をマッチングすることにより、 $\gamma_U$  を同定することもできます。

$\gamma_U$  の値の範囲は 0.0~10.0 で、 $\gamma_U = \gamma \sim (\gamma - 2.0)$  を用いることが多いです。

液状化強度曲線を精度よく再現するために、上記の方法で同定した  $H_{U0}$ 、 $\gamma$  および  $\gamma_U$  を再度調整する必要があります。また、液状化強度が高いほど  $\gamma$  および  $\gamma_U$  の値が大きくなる傾向があります。

11~15 に示したモデルパラメータのうち、 $C$ 、 $\alpha_g$ 、 $\alpha_f$ 、 $K_{es0}$ 、 $K_{ev0}$  は調整することがほとんどありません。 $M_g$ 、 $M_f$ 、 $m_s$ 、 $m_v$ 、 $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 、 $H_0$ 、 $H_{u0}$ 、 $\gamma$ 、 $\gamma_U$  については、調整が必要となります。

以上に示した PZ-Sand モデルの 15 個のモデルパラメータの他に、実験時の条件として、以下の 2 つのパラメータを入力する必要があります。

- $p_0'$

せん断試験開始時の平均有効主応力です。式(2.2.4)より算出します。

$$p_0' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.2.4)$$

ここに、 $\sigma_1$  は軸方向応力、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  は側方応力で、三軸試験の場合には、 $\sigma_2 = \sigma_3$  となります。

- $OCR$

過圧密比です。一般に、砂の場合は  $OCR = 1.0$  となります。

PZ-Sand モデルのパラメータ同定においては、他の多くのモデルと同様に全ての試験結果を完全にマッチングすることは非常に困難なため、大局的に判断することが重要となります。例えば、ひずみが増大するにしたがい応力の変化が激しくなることがよくあります。このような試験結果に対しては、対象とするひずみレベルまでの試験結果を用いてパラメータを同定すればよいと考えられます。また、動的有効応力解析(液状化解析)では、相対的にひずみレベルが高くなり、せん断強度(限界状態線(CSL))が解析結果に及ぼす影響が大きいため、限界状態線(CSL)を精度よく再現することが望まれます。

### 2.3. 解析例 1

PZ-Sand モデルのパラメータ同定方法について、例を挙げて説明します。

#### 2.3.1. 圧密非排水 (CU) 三軸圧縮試験による PZ-Sand モデルのパラメータの同定

##### (1) 実験条件と実験結果

試料名: T 砂, 相対密度  $D_r = 85\%$

圧密有効拘束圧:  $\sigma'_c = 98 \text{ kPa}$  (等方圧密)

圧密非排水 (CU) 三軸圧縮試験の結果を整理し図-2.3.1~2.3.4 に示す曲線を示します。

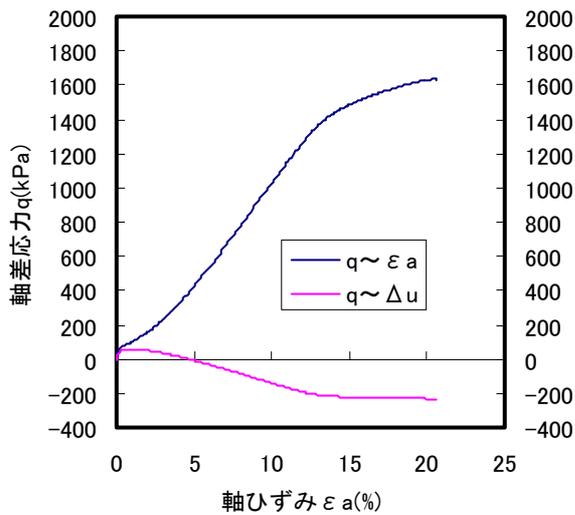


図-2.3.1  $q \sim \varepsilon_a$ , および  $q \sim \Delta u$  の関係

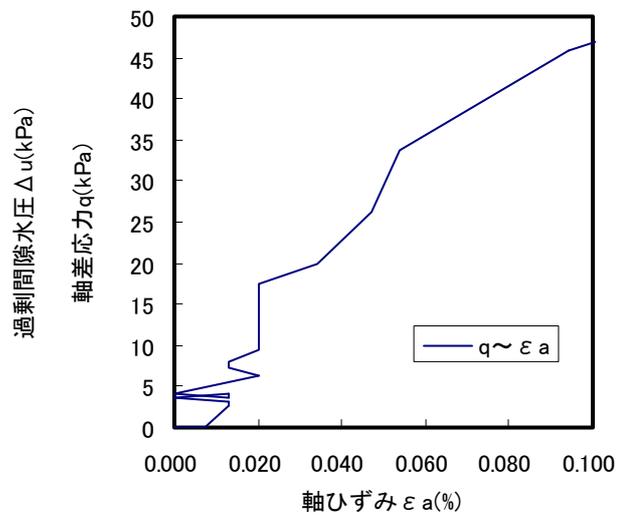


図-2.3.2 微小ひずみ領域における  $q \sim \varepsilon_a$  の関係

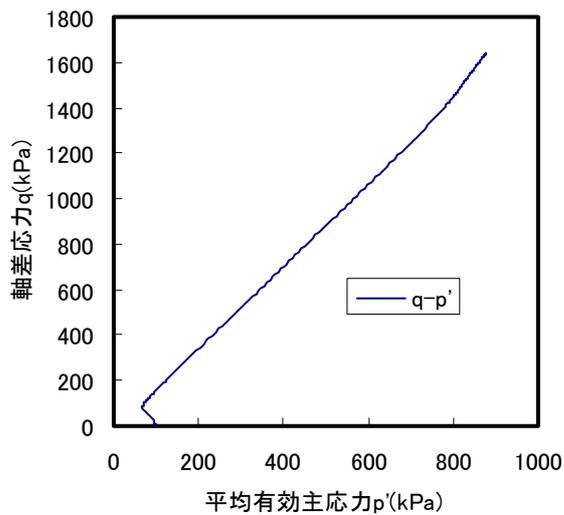


図-2.3.3  $q \sim p'$  の関係 (有効応力経路)

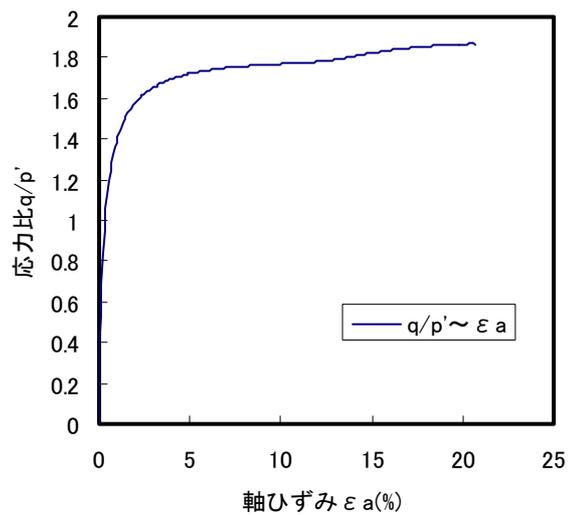


図-2.3.4  $q/p' \sim \varepsilon_a$  の関係

## (2) 要素試験シミュレーションの入力データの作成

### ① 実験条件

実験条件の入力は、[実験条件の設定]ダイアログで行います。[実験条件の設定]ダイアログを以下に示します。

圧密非排水( $\bar{C}U$ )三軸圧縮試験の実験条件を、[実験条件の設定]ダイアログより入力します。

#### ■[材料構成モデル]コンボボックス

ここでは、PZ-Sand モデルのパラメータの同定を行いますので、プルダウンメニューから「PZ-Sand」を選択します。

#### ■[実験タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は圧密非排水( $\bar{C}U$ )三軸圧縮試験ですので、プルダウンメニューから「三軸圧縮試験」を選択します。

#### ■[実験時の排水条件]ラジオグループ

シミュレーションの対象とする実験の排水条件は非排水ですので、「非排水」を選択します。

#### ■[単位変換タイプ]コンボボックス

実験結果はSI単位系で整理されており、解析もSI単位で実行しますので、プルダウンメニューから「無変換:入出力(kPa)」を選択します。

#### ■[载荷タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は静的な単調载荷試験ですので、プルダウンメニューから「単調载荷」を選択します。

■[最大軸ひずみ]エディット

シミュレーションの対象とするひずみレベルを入力します。ここでは、ひずみレベル 15%までを対象としてシミュレーションを行うので、0.15 を入力します。

■[実験時の拘束圧]エディットグループ

実験時の拘束圧を入力します。シミュレーションの対象とする実験の拘束圧は、等方応力状態で  $\sigma_c' = 98kPa$  です。したがって、 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 98kPa$  を入力します。

② パラメータ

PZ-Sand モデルのパラメータの初期値を[パラメータの設定]ダイアログより入力します。

パラメータの設定																
材料パラメータ: PZ-Sand																
Mf	Mg	C	$\alpha_f$	$\alpha_g$	Kevo	Geso	mv	ms	$\beta_0$	$\beta_1$	Ho	Huo (kN/m <sup>2</sup> )	$\gamma$	$\gamma_u$	Po (kN/m <sup>2</sup> )	OCR
1.530	1.800	0.800	0.450	0.450	313.000	564.000	0.500	0.500	4.200	0.200	1000.000	0.000	0.000	0.000	98.000	1.000

■  $M_g$

図-2.3.4 より、軸ひずみ 15%までの範囲で最大応力比を読み取り、1.80 を設定します。

■  $M_f$

$M_f = D_r \cdot M_g = 0.85 \times 1.80 = 1.53$  を入力します。

■ C

0.80 を入力します。

■  $\alpha_f$

0.45 を入力します。

■  $\alpha_g$

0.45 を入力します。

■  $K_{es0}$

$K_{es0}$  は、要素試験シミュレーションプログラム中のパラメータ  $G_{es0}$  を指しています。

$$K_{es0} = \frac{3E_i}{2(1+\nu)P_a \left( \frac{P_0'}{P_a} \right)^{m_s}} = \frac{3 \times 558.3}{2 \times (1+0.5) \times 100 \times (98/100)^{0.5}} = 564 \text{ を入力します。}$$

なお、弾性係数  $E_i$  は、図-2.3.8 より求めます。

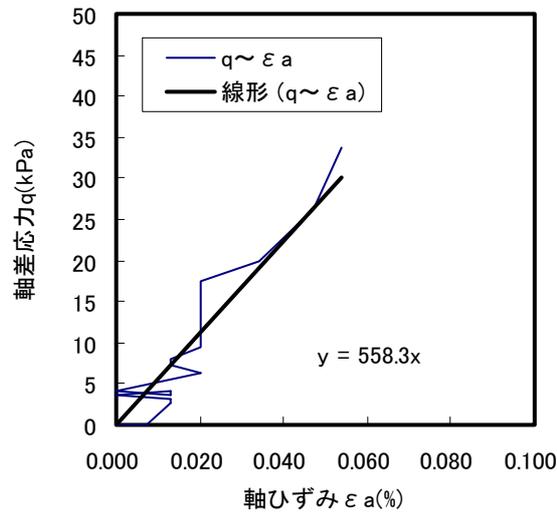


図-2.3.8  $q \sim \varepsilon a$  曲線から弾性係数  $E_i$  を求める方法

■  $K_{ev0}$

$$K_{ev0} = \frac{2K_{es0}(1+\nu')}{9(1-2\nu')} = \frac{2 \times 564 \times (1+0.25)}{9(1-2 \times 0.25)} = 313 \text{ を入力します。}$$

■  $m_v$

0.5 を入力します。

■  $m_s$

0.5 を入力します。

■  $\beta_0$

4.2 を入力します。

■  $\beta_1$

0.2 を入力します。

■  $H_0$

供試体の相対密度は 85% であるので、表-2.2.1 より 1000 を入力します。

上記以外の3つのモデルパラメータは、繰返し三軸試験から同定しますので、圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験のシミュレーションとは直接関係がありません。したがって、0.0を入力します。

また、平均有効主応力  $p_0'$  と過圧密比  $OCR$  は、実験時の条件より下記の値を入力します。

$$p_0' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{3 \times 98kPa}{3} = 98kPa$$

$$OCR = 1.0$$

### ③ 荷重

荷重条件を[荷重の設定]ダイアログより入力します。

荷重ステージ番号	荷重ステップ数	軸ひずみの最大値
1	2000	0.150
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

#### ■[荷重ステージ番号]

荷重ステージを意味しています。通常、圧密非排水( $\overline{CU}$ )試験における荷重ステージ数は1ですので、ここでは、1ステージのみ荷重条件を入力します。

#### ■[荷重ステップ数]

シミュレーション解析における荷重の分割数を入力します。通常は、1 载荷ステージあたり 1000~2000 を入力します。ここでは、2000 を入力しています。

#### ■[軸ひずみの最大値]

解析の対象とする軸ひずみの最大値を入力します。ここでは、軸ひずみ 15%までを対象としていますので、0.15 を入力します。

#### ④ 実験結果

実験結果を[実験結果の設定]ダイアログより入力します。

No.	軸ひずみ	軸差応力
1	0.0000	0.000000
2	0.0070	-0.900000
3	0.0000	0.000000
4	0.0070	0.000000
5	0.0130	2.700000
6	0.0130	3.150000
7	0.0000	3.600000
8	0.0130	4.050000
9	0.0130	3.600000
10	0.0000	4.050000
11	0.0200	6.300000
12	0.0130	7.200000
13	0.0130	8.100000
14	0.0200	9.450000
15	0.0200	13.060000
16	0.0200	17.560000
17	0.0340	19.810000
18	0.0470	26.120000

圧密非排水( $\overline{CU}$ )試験の場合は、 $q \sim \varepsilon_a$  の関係(軸ひずみ-軸差応力の関係)および  $q \sim \Delta u$  の関係(軸ひずみ-間隙水圧の関係)の2つを入力することができます。通常は、[実験結果をファイルから読み込む]ボタンから実験データを読み込みますが、表に実験値を直接入力することもできます。

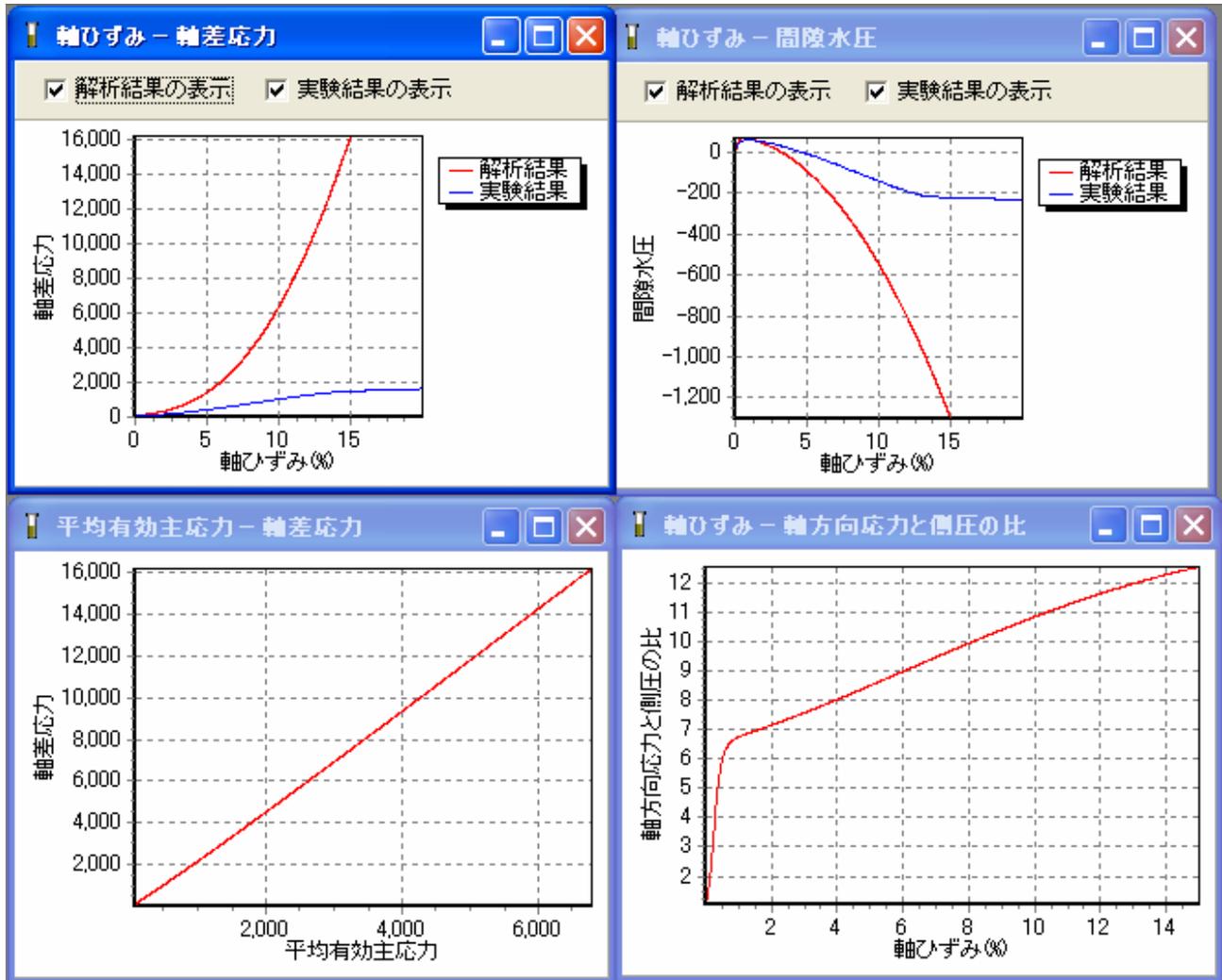
⑤ 解析実行

[解析実行]ダイアログより、解析の入出力データを保存するフォルダと入出力ファイルのベース名を指定し、解析を実行します。



(3) シミュレーション結果とパラメータの調整

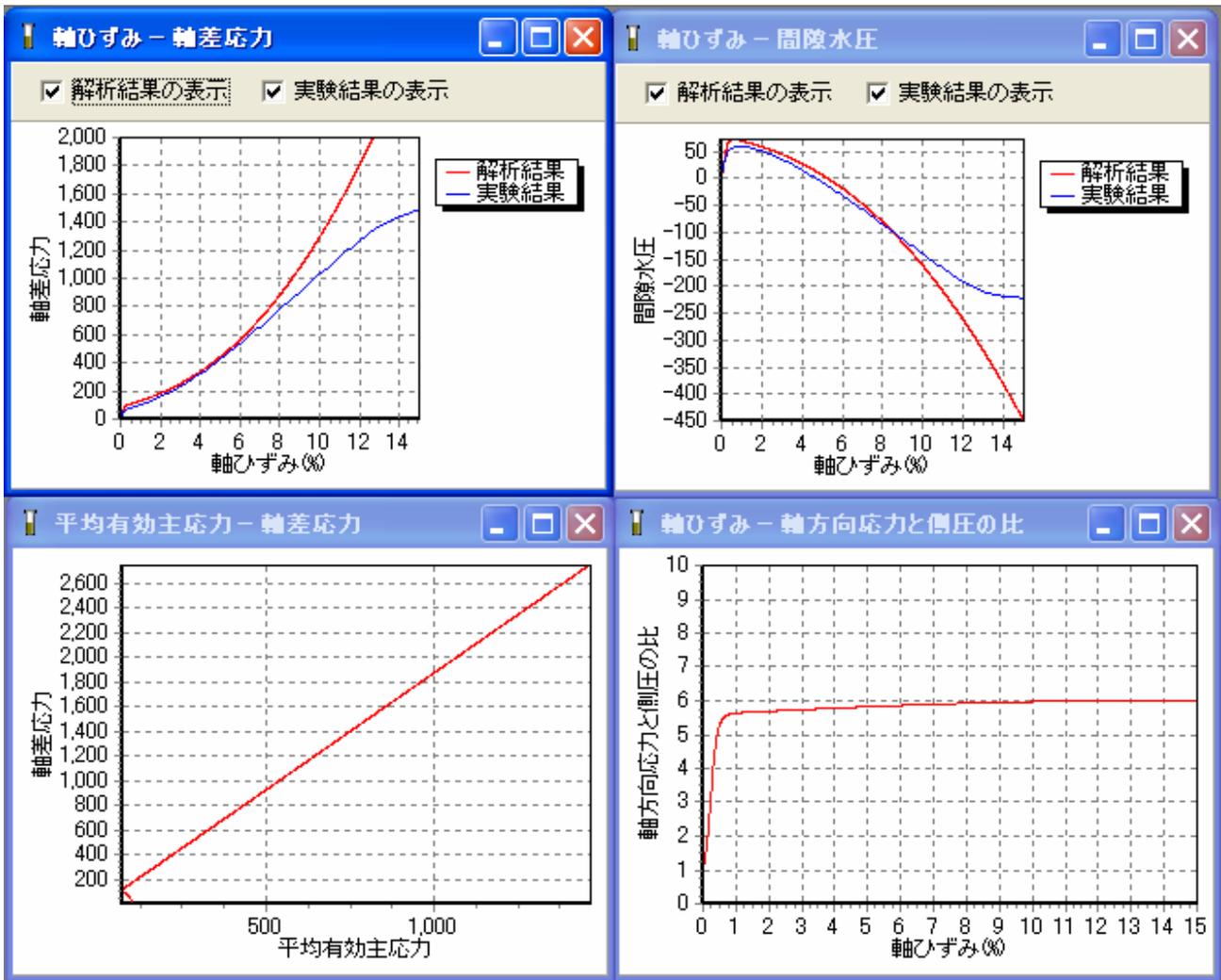
(2)に示したパラメータの初期値を入力してシミュレーション解析を実行した結果を以下に示します。



この結果を見ると、軸差応力の解析結果は過大になり、過剰間隙水圧の解析結果は過小になっていることが分かります。そこで、 $M_g$ 、 $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 、 $H_0$ を以下のように変更して、再度解析を行います。

$$M_g = 1.80 \rightarrow 1.75, \beta_0 = 4.20 \rightarrow 6.00, \beta_1 = 0.20 \rightarrow 0.10, H_0 = 1000 \rightarrow 600$$

パラメータを変更して解析を行った結果を次に示します。



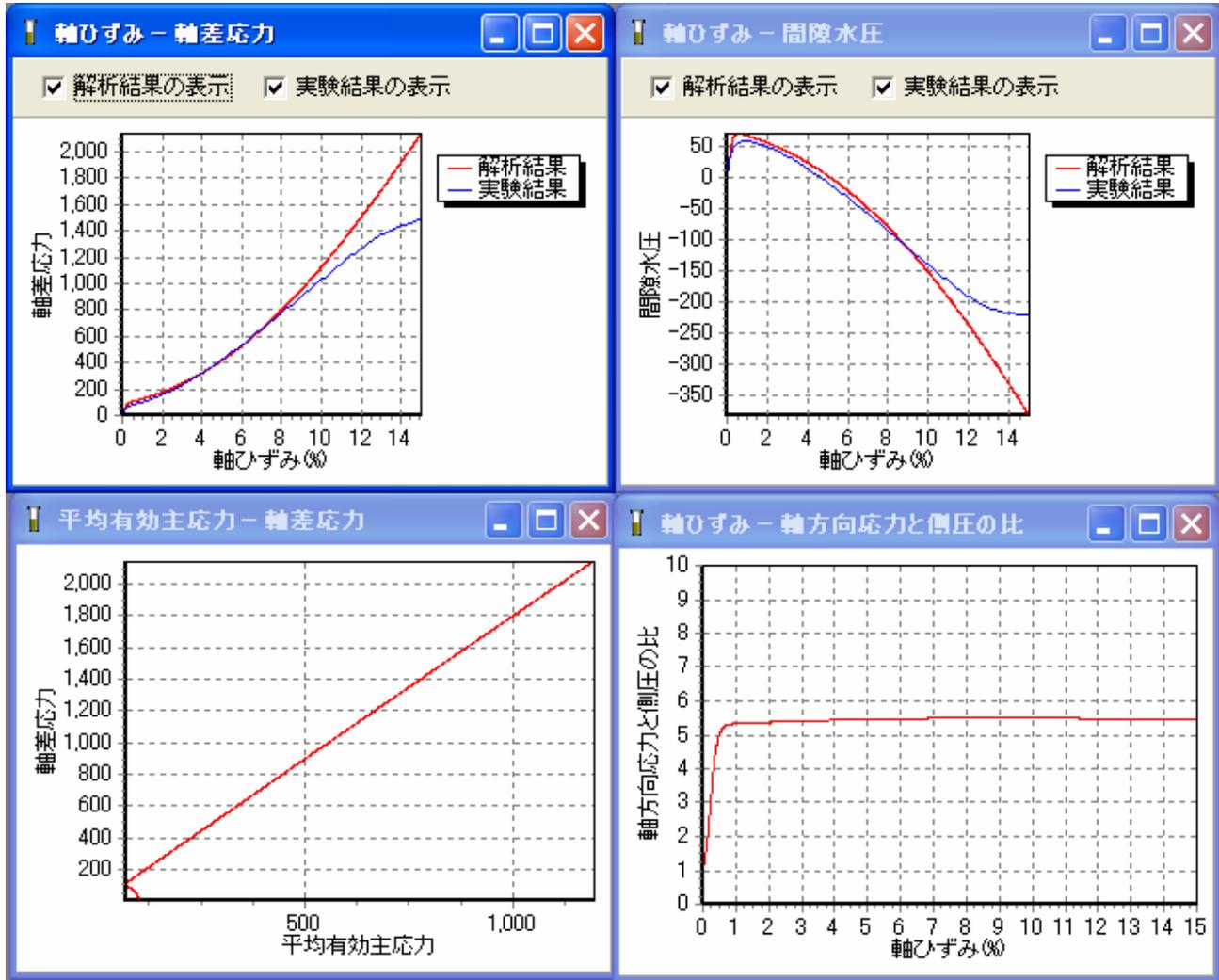
この結果を見ると、最初の解析結果と比較して、軸ひずみ 8%程度まで  $q \sim \varepsilon_a$  関係(軸ひずみ～軸差応力の関係)、 $\Delta u \sim \varepsilon_a$  関係(軸ひずみ～過剰間隙水圧の関係)ともに解析結果と実験結果が整合していることがわかります。軸ひずみ 10%程度まで両者を整合させるために、再度、パラメータの調整を行います。

このような調整を数回繰返し、対象とするひずみレベルまで、解析結果が実験結果と整合するようにします。

ここでは、 $M_g$ 、 $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 、 $H_0$ の4つのパラメータのみを調整して解析結果と実験結果のフィッティングを行いました。最終的に以下の値を採用して、静的試験に関するパラメータの同定を終了しました。

$M_g = 1.75 \rightarrow 1.70$ 、 $\beta_0 = 6.00 \rightarrow 9.00$ 、 $\beta_1 = 0.10 \rightarrow 0.12$ 、 $H_0 = 600 \rightarrow 330$

要素試験シミュレーションの最終結果を次に示します。



この図より、軸ひずみ 10%程度まで  $q \sim \varepsilon_a$  関係 (軸ひずみ ~ 軸差応力の関係)、 $\Delta u \sim \varepsilon_a$  関係 (軸ひずみ ~ 過剰間隙水圧の関係) とともに解析結果と実験結果が整合していることがわかります。

2.3.2. 繰返し非排水三軸試験による PZ-Sand モデルのパラメータの同定

(1) 実験条件と実験結果

液状化強度曲線を得るために、応力比を変化させた 3 ケースの繰返し非排水三軸試験を行いました。

試料名: T 砂, 相対密度  $D_r = 85\%$

圧密有効拘束圧:  $\sigma'_c = 49kPa$  (等方圧密)

繰返しせん断応力比  $\sigma_d / 2\sigma'_c$ : Case1  $\rightarrow \sigma_d / 2\sigma'_c = 0.154$

Case2  $\rightarrow \sigma_d / 2\sigma'_c = 0.204$

Case3  $\rightarrow \sigma_d / 2\sigma'_c = 0.129$

① Case1 ( $\sigma_d / 2\sigma'_c = 0.154$ ) の実験結果

Case1 の実験結果を図-2.3.5~2.3.7 に示す曲線を示します。

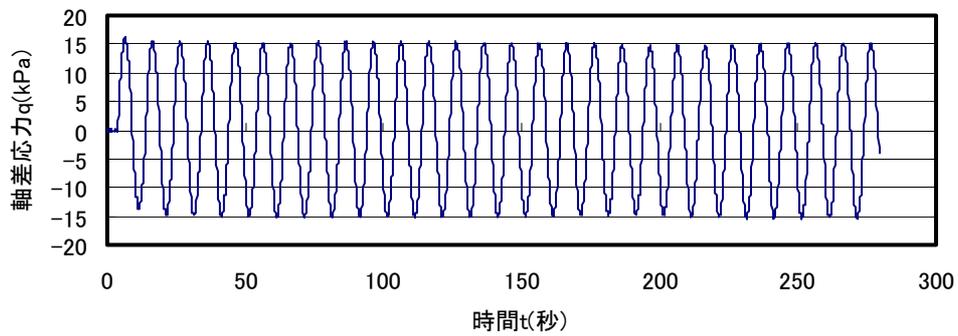


図-2.3.5 Case1 の軸差応力の時刻歴

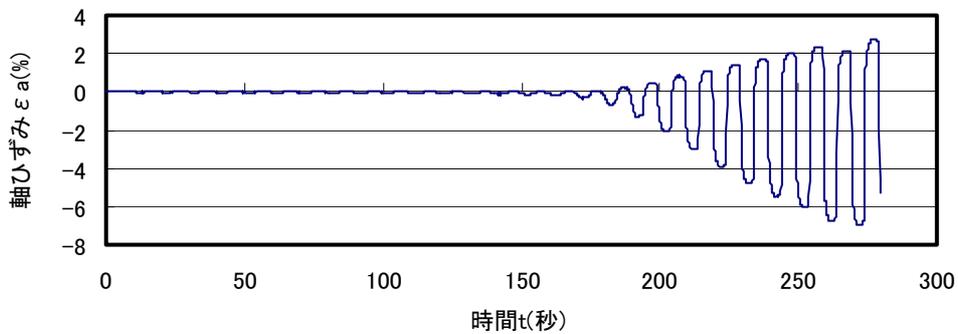


図-2.3.6 Case1 の軸ひずみの時刻歴

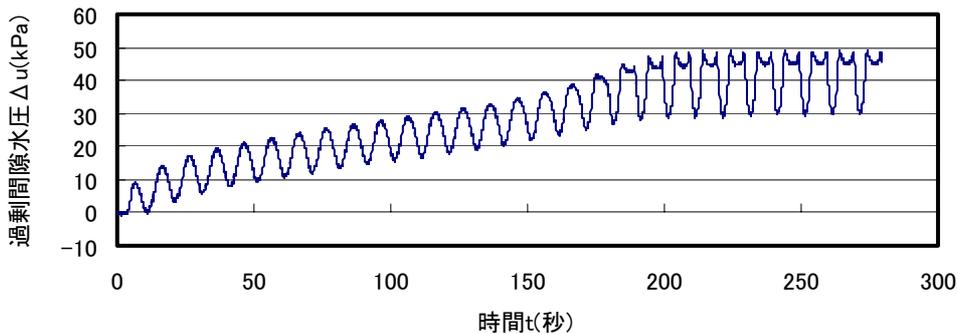


図-2.3.7 Case1 の過剰間隙水圧の時刻歴

② Case2 ( $\sigma_d / 2\sigma_c' = 0.204$ ) の実験結果

Case2 の実験結果を図-2.3.8~2.3.10 に示す曲線を示します。

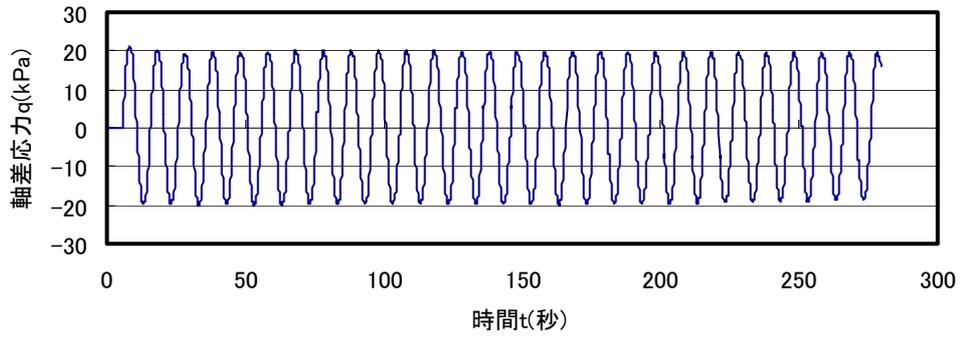


図-2.3.8 Case2 の軸差応力の時刻歴

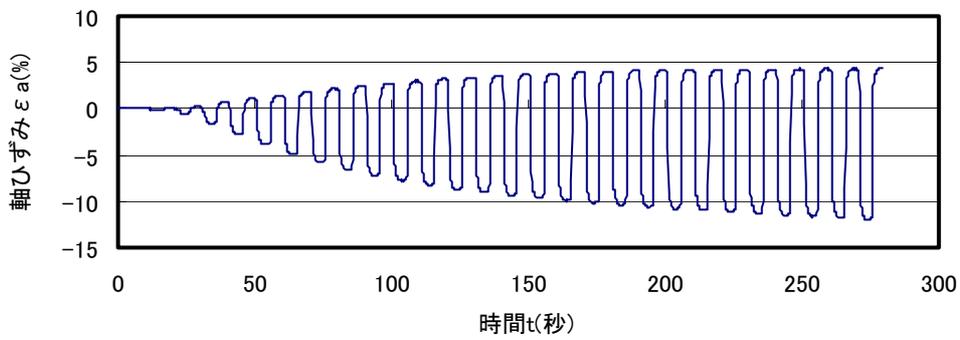


図-2.3.9 Case2 の軸ひずみの時刻歴

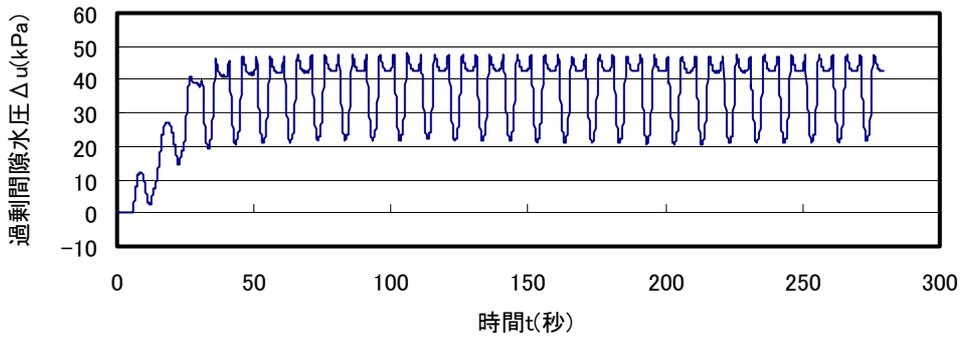


図-2.3.10 Case2 の過剰間隙水圧の時刻歴

③ Case3 ( $\sigma_d / 2\sigma_c' = 0.129$ ) の実験結果

Case3 の実験結果を図-2.3.11～2.3.13 に示す曲線を示します。

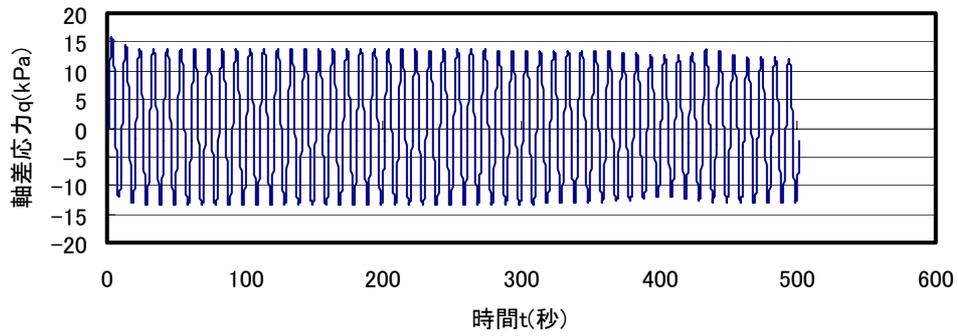


図-2.3.11 Case3 の軸差応力の時刻歴

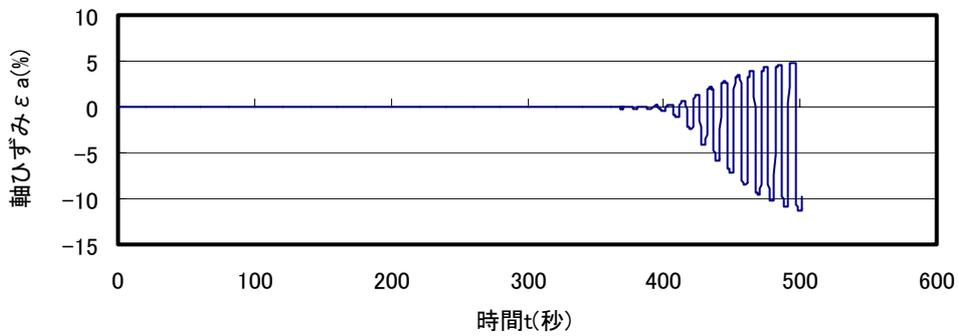


図-2.3.12 Case3 の軸ひずみの時刻歴

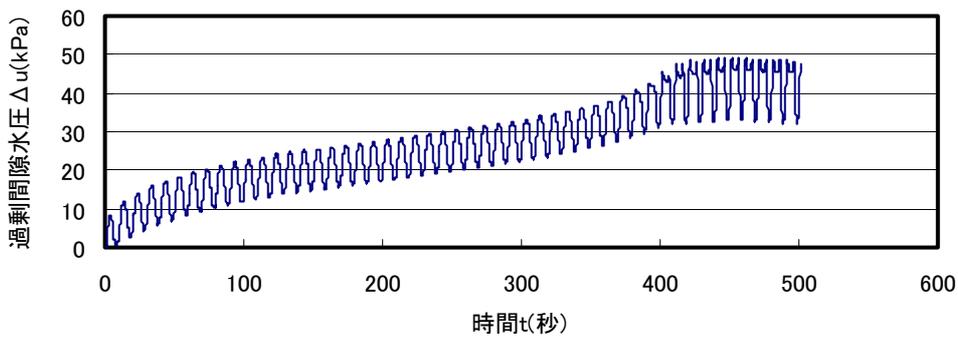


図-2.3.13 Case3 の過剰間隙水圧の時刻歴

④ 液状化強度曲線

①～③の結果より整理した液状化強度曲線を図-2.3.14 に示します。

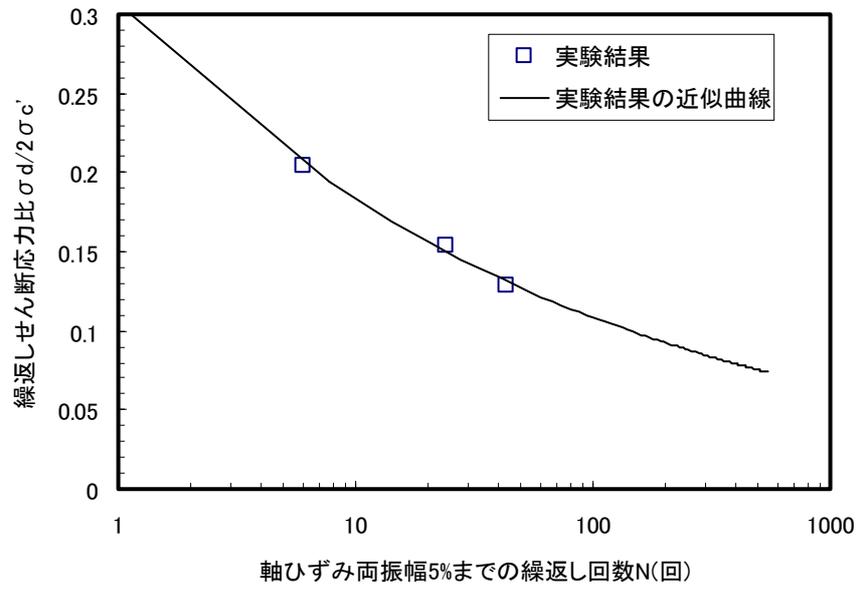


図-2.3.14 繰返し非排水三軸試験より得られた液状化強度曲線

## (2) 要素試験シミュレーションの入力データの作成

まず、3つの実験ケースの中から、繰返しせん断応力比の値が中央のCase1のシミュレーションを行います。Case1のシミュレーションによりパラメータを同定し、Case2～3については、Case1で同定したパラメータで問題が無いことを確認します。

### ① 実験条件

繰返し三軸試験の実験条件を[実験条件の設定]ダイアログより入力します。

#### ■[材料構成モデル]コンボボックス

ここでは、PZ-Sand モデルのパラメータの同定を行いますので、プルダウンメニューから「PZ-Sand」を選択します。

#### ■[実験タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は繰返し三軸試験で、軸方向に荷重を加える試験ですので、プルダウンメニューから「三軸圧縮試験」を選択します。

#### ■[実験時の排水条件]ラジオグループ

シミュレーションの対象とする実験の排水条件は非排水ですので、「非排水」を選択します。

#### ■[単位変換タイプ]コンボボックス

実験結果はSI単位系で整理されており、解析もSI単位で実行しますので、プルダウンメニューから「無変換:入出力(kPa)」を選択します。

■[载荷タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は正弦波による繰返し载荷試験ですので、プルダウンメニューから「繰返し载荷(正弦波)」を選択します。

■[最大軸ひずみ]エディット

シミュレーションの対象とするひずみレベルを入力します。ここでは、軸ひずみ両振幅が 5%となるときの繰返し回数のマッチングを行いますので、0.05 を入力します。

■[実験時の拘束圧]エディットグループ

実験時の拘束圧を入力します。シミュレーションの対象とする実験の拘束圧は、 $\sigma_c' = 49kPa$  ですので、 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 49kPa$  を入力します。

② パラメータ

[材料パラメータの設定]ダイアログより、PZ-Sand モデルのパラメータを入力します。ここで、静的三軸試験から同定される 12 個のパラメータについては、先に示した圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験のシミュレーションより同定された値を入力します。

パラメータの設定																
材料パラメータ: PZ-Sand																
Mf	Mg	C	$\alpha_f$	$\alpha_g$	Kevo	Geso	mv	ms	$\beta_0$	$\beta_1$	Ho	H <sub>u0</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	$\gamma$	$\gamma_u$	P <sub>0</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	OCR
1.580	1.700	0.800	0.450	0.450	313.000	564.000	0.500	0.500	9.000	0.120	330.000	6000.000	8.000	6.000	49.000	1.000

■  $H_{u0}$

初期値として設定されることが多い 6000kPa を入力します。

■  $\gamma$

初期値として設定されることが多い 8.0 を入力します。

■  $\gamma_u$

初期値として設定されることが多い 6.0 を入力します。

また、平均有効主応力  $p_0'$  と過圧密比 OCR は、実験時の条件より下記の値を入力します。

$$p_0' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{3 \times 49kPa}{3} = 49kPa$$

$$OCR = 1.0$$

### ③ 荷重

荷重条件を[荷重の設定]ダイアログより入力します。

荷重ステージ番号	波数	1波の分割数	周期	初期値	振幅
1	100	500	10.000	0.000	15.092
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

#### ■[荷重ステージ番号]

荷重ステージを意味しています。通常、繰返し非排水三軸試験における荷重ステージ数は1ですので、ここでは、1ステージのみ荷重条件を入力します。

#### ■[波数]

解析における入力波の波数を入力します。実験における繰返し荷重回数を参考に設定します。

#### ■[荷重ステップ数]

シミュレーション解析における荷重の分割数を入力します。繰返し荷重の場合は、1波あたりの分割数を入力します。通常は、200~1000を入力します。ここでは、500を入力しています。

#### ■[周期]

入力波形の周期を入力します。通常は、実験における繰返し荷重の周期を入力します。

■[初期値]

時刻 t=0 のときの荷重の値を入力します。

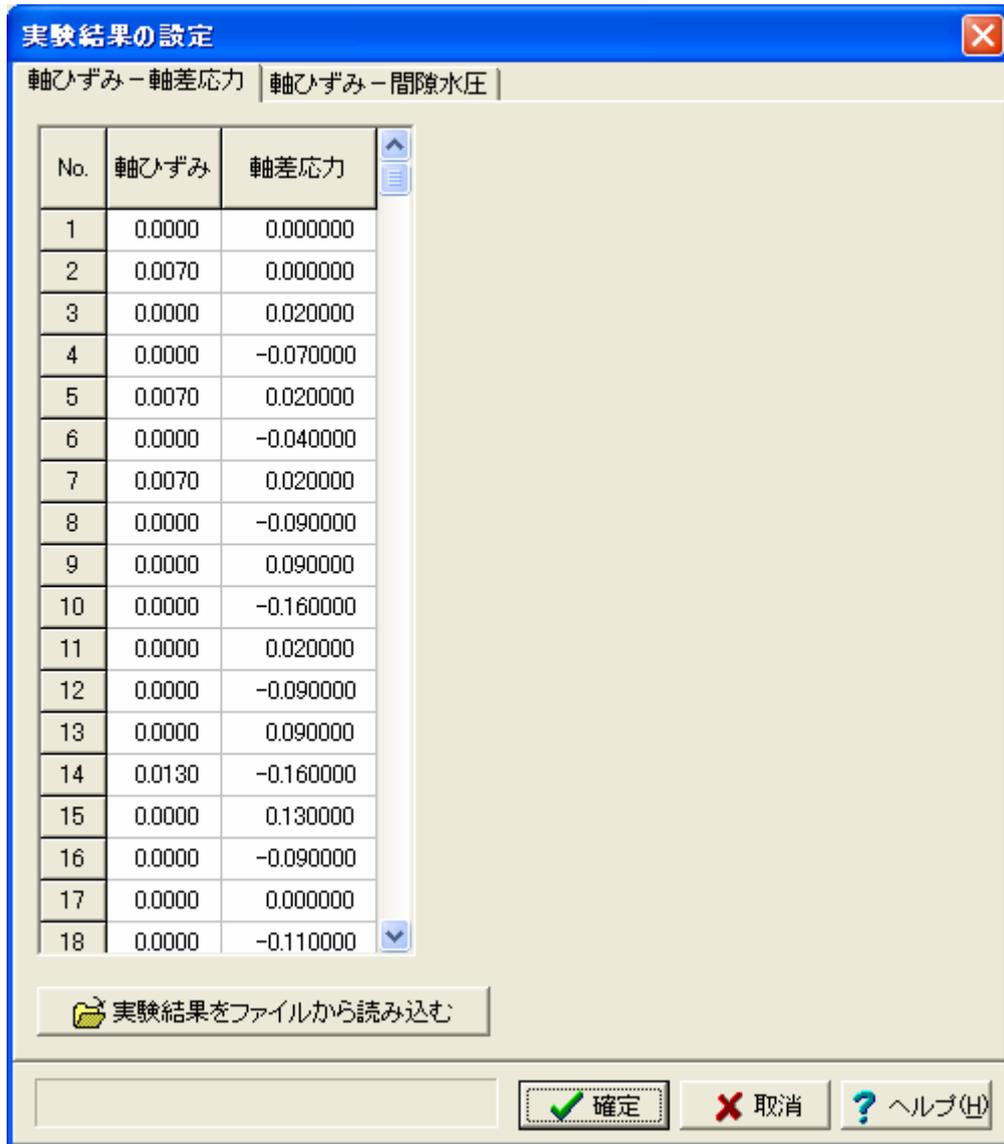
■[振幅]

入力波形の振幅を入力します。

ここで対象としている実験は、せん断応力比  $\sigma_d/2\sigma_c = 0.154$  であるので、 $\sigma_d = 0.154 \times 2\sigma_c = 0.154 \times 2 \times 49 = 15.092(kPa)$  を入力します。

④ 実験結果

実験結果を[実験結果の設定]ダイアログより入力します。



No.	軸ひずみ	軸差応力
1	0.0000	0.000000
2	0.0070	0.000000
3	0.0000	0.020000
4	0.0000	-0.070000
5	0.0070	0.020000
6	0.0000	-0.040000
7	0.0070	0.020000
8	0.0000	-0.090000
9	0.0000	0.090000
10	0.0000	-0.160000
11	0.0000	0.020000
12	0.0000	-0.090000
13	0.0000	0.090000
14	0.0130	-0.160000
15	0.0000	0.130000
16	0.0000	-0.090000
17	0.0000	0.000000
18	0.0000	-0.110000

繰返し非排水三軸試験の場合は、 $q \sim \varepsilon_a$  の関係(軸ひずみ-軸差応力の関係)および  $q \sim \Delta u$  の関係(軸ひずみ-間隙水圧の関係)の2つを入力することができます。通常は、[実験結果をファイルから読み込む]ボタンから実験データを読み込みますが、表に実験値を直接入力することもできます。

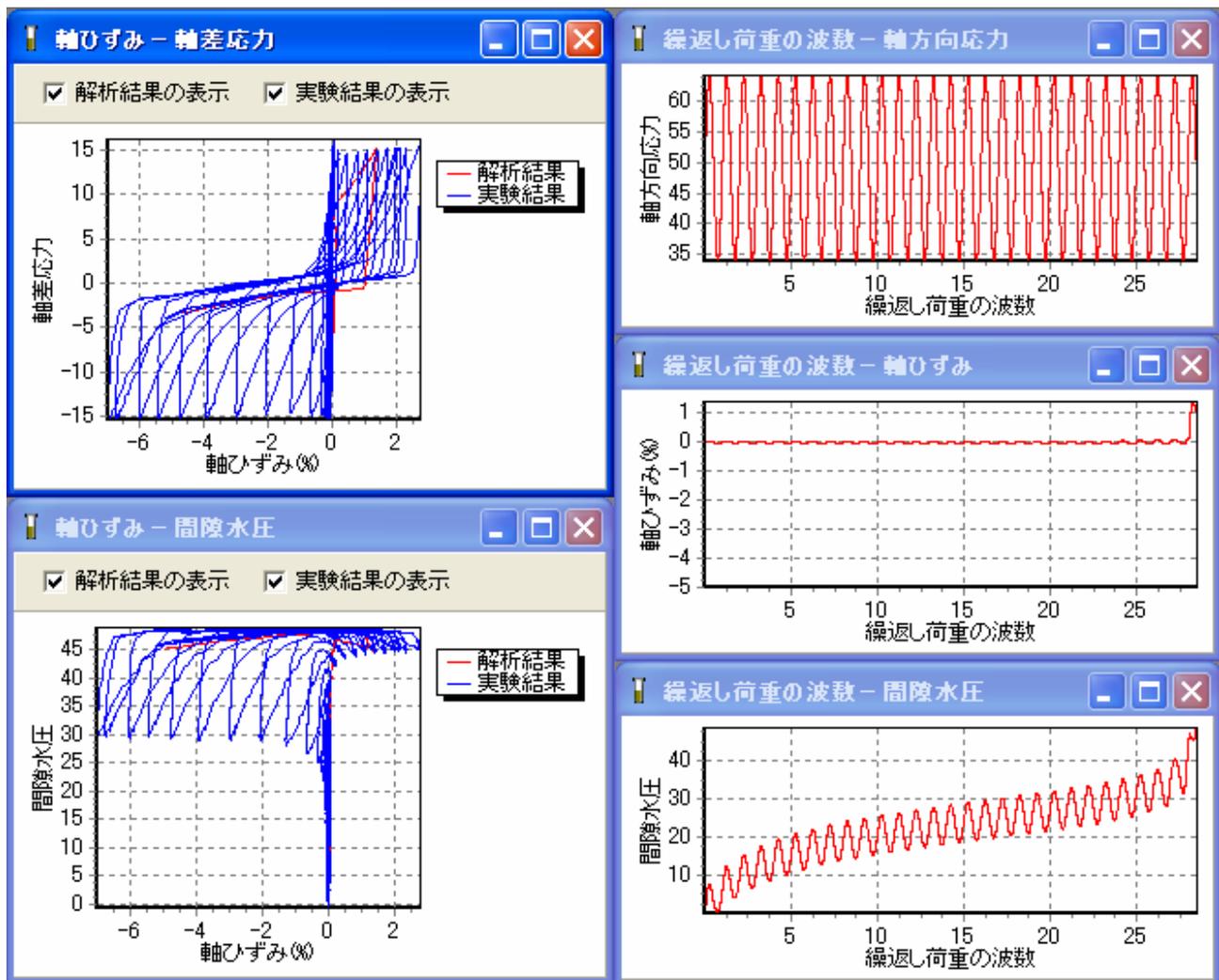
⑤ 解析実行

[解析実行]ダイアログより、解析の入出力データを保存するフォルダと入出力ファイルのベース名を指定し、解析を実行します。



(3) シミュレーション結果とパラメータの調整

(2)に示したパラメータの初期値を入力してシミュレーション解析を実行した結果を以下に示します。

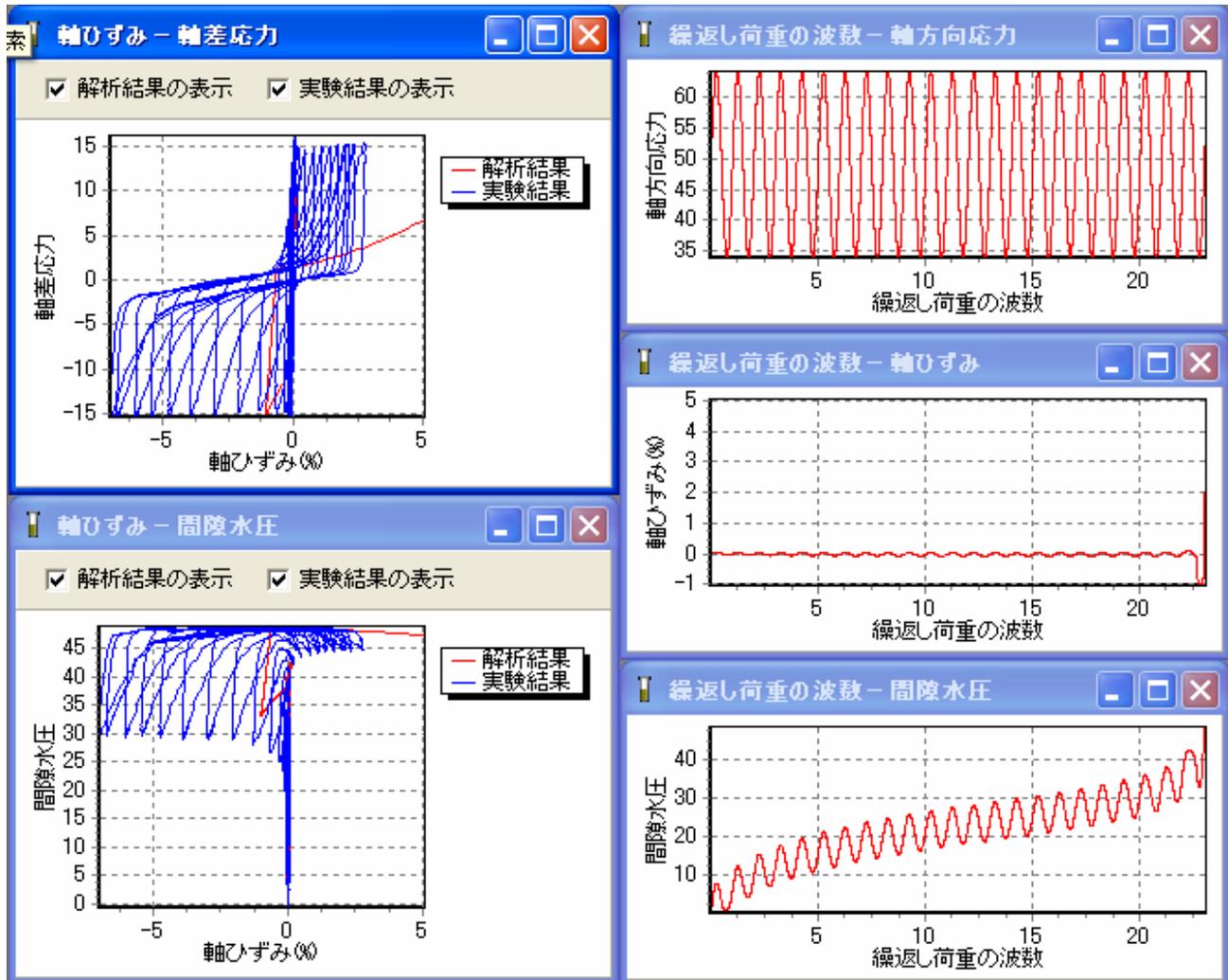


この結果を見ると、実験結果の軸ひずみ両振幅 5%までの繰返し回数 24 回に対し、解析結果は 28 回となっています。そのため、パラメータ  $\gamma$ 、 $\gamma_U$  を以下のように変更して、再度解析を行います。

$$\gamma = 8.0 \rightarrow 7.5$$

$$\gamma_U = 6.0 \rightarrow 5.5$$

パラメータ変更後の解析結果を次に示します。



この結果を見ると、実験結果の軸ひずみ両振幅 5%までの繰返し回数 24 回に対し、解析結果は 23 回となっています。したがって、ここでパラメータの調整を終了します。

実験ケース Case2、Case3 について、Case1 で同定したパラメータを用いて荷重条件のみを変更し、軸ひずみ両振幅 5%の繰返し回数を算出します。その結果、以下の結果が得られました。

Case2: 繰返し回数 8 回(実験結果は繰返し回数 6 回)

Case3: 繰返し回数 45 回(実験結果は繰返し回数 43 回)

したがって、Case1 で同定したパラメータは、Case2、Case3 においても実験結果と整合すると判断します。

実験結果と解析結果より得られる液状化強度曲線を図-2.3.15 に示します。

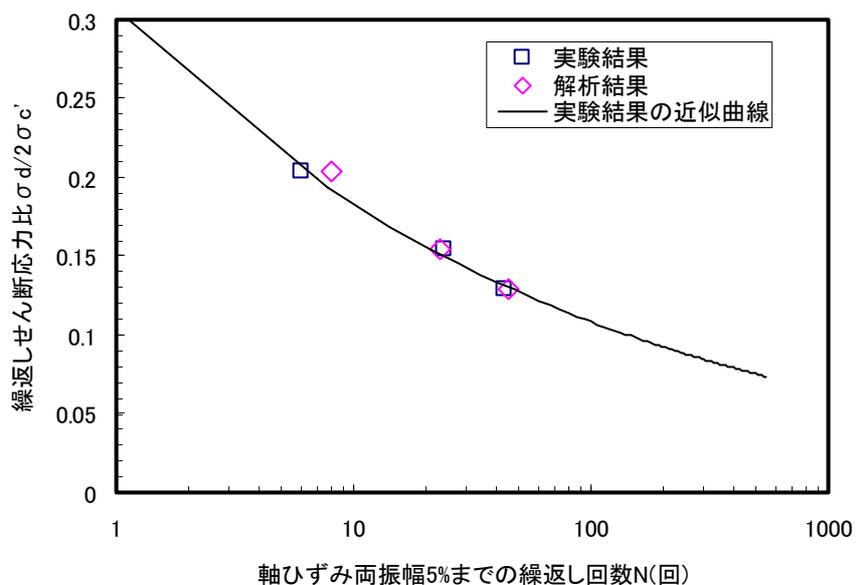


図-2.3.15 液状化強度曲線のフィッティングの結果

### 3. PZ-Clay モデルのパラメータの同定

#### 3.1. 構成式

粘土の Pastor-Zienkiewicz モデル(PZ-Clay モデル)は、Zienkiewicz の研究グループが開発した一般化塑性モデルです<sup>1, 2)</sup>。PZ-Clay モデルでは、モデルを表現するために式(3.1.1)～(3.1.9)で表される量を定義します。

$$p = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (3.1.1)$$

$$q = \sqrt{3J_2} \quad (3.1.2)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( -\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad \left( -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \right) \quad (3.1.3)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji} \quad (3.1.4)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} \quad (3.1.5)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1.6)$$

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{kk} \quad (3.1.7)$$

$$d\varepsilon_s = \left( \frac{2}{3} de_{ij} de_{ji} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.8)$$

$$de_{ij} = d\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} d\varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1.9)$$

粘土の Pastor-Zienkiewicz モデルでは、関連流れ則を適用し、粘土のダイレイタンシーを式(3.1.10)で表します。

$$d = (1 + \alpha)(M - \eta) \quad (3.1.10)$$

- ここで、
- $p$  : 平均主応力
  - $\sigma_{kk}$  : 軸方向応力
  - $q$  : 偏差応力
  - $J_2$  : 偏差応力の第 2 不変量
  - $J_3$  : 偏差応力の第 3 不変量
  - $s_{ij}$  : 偏差応力テンソル
  - $\sigma_{ij}$  : 応力テンソル
  - $\delta_{ij}$  : クロネッカーの符号
  - $d\varepsilon_v$  : 体積ひずみ増分
  - $d\varepsilon_{kk}$  : 軸方向ひずみ増分
  - $d\varepsilon_s$  : せん断ひずみ増分
  - $de_{ij}$  : 偏差ひずみ増分テンソル
  - $d\varepsilon_{ij}$  : ひずみ増分テンソル
  - $\eta = \frac{p'}{q}$  : 応力比
  - $\alpha, M$  : モデルパラメータ
  - $d$  : ダイレイタンシーを表す値

塑性流れ方向および直交ベクトルは、式(3.1.11)で定義されます。

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{1+d^2}} \begin{Bmatrix} d \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.1.11)$$

ベクトル  $\mathbf{n}$  により載荷か除荷かを判別することができます。

$$\mathbf{n}^T d\boldsymbol{\sigma}^e > 0 : \text{載荷} \quad (3.1.12a)$$

$$\mathbf{n}^T d\boldsymbol{\sigma}^e < 0 : \text{除荷} \quad (3.1.12b)$$

$M$  において、三軸圧縮側の  $M_c$  と三軸伸長側の  $M_e$  は、それぞれ三軸圧縮側の内部摩擦角  $\phi'_c$  と三軸伸長側の内部摩擦角  $\phi'_e$  との間に式(3.1.13)の関係があります。

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_c}{3 - \sin \phi'_c} \quad (3.1.13a)$$

$$M_e = \frac{6 \sin \phi'_e}{3 + \sin \phi'_e} \quad (3.1.13b)$$

ある Lode 角  $\theta$  に対して、 $M$  は式(3.1.14)で表されます。

$$M = \frac{2M_e}{\left(1 + \frac{M_e}{M_c}\right) - \left(1 - \frac{M_e}{M_c}\right) \sin 3\theta} \quad (3.1.14)$$

載荷時の塑性係数を式(3.1.15)により計算します。

$$H = H_0 p' f(\eta) \quad (3.1.15)$$

ここで、

$$f(\eta) = \left| 1 - \frac{\eta}{M} \right|^\mu \frac{1 + d_0^2}{1 + d^2} \text{sign} \left[ 1 - \frac{\eta}{M} \right] \quad (3.1.16)$$

$$d_0 = (1 + \alpha)M \quad (3.1.17)$$

$H_0$ ,  $\mu$  はモデルパラメータです。

過圧密粘性土の挙動および繰返し荷重を受けるときの粘性土の挙動を表現するために、動員された応力の関数 (Mobilized stress function)  $\zeta$  を定義します。

$$\zeta = p' \left( 1 - \frac{\alpha}{1 + \alpha} \frac{\eta}{M} \right)^{-1/\alpha} \quad (3.1.18)$$

塑性係数を式(3.1.19)で定義します。

$$H = H_0 p' \left\{ f(\eta) + g(\xi) \right\} \left( \frac{\zeta_{MAX}}{\zeta} \right)^\gamma \quad (3.1.19)$$

ここで、

$$g(\xi) = \beta_1 \left( 1 - \frac{\zeta}{\zeta_{MAX}} \right) \exp(-\beta_0 \xi) \quad (3.1.20)$$

$$\xi = \int d\xi \quad d\xi = \left( de_{ij}^p de_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.21)$$

正規圧密粘性土に対して、載荷の場合、常に  $\zeta = \zeta_{MAX}$  であり、 $g(\xi) = 0$  となります。

体積弾性係数とせん断弾性係数は、Zienkiewicz らの一般化塑性モデルでは、 $p'$  と線形的な関係を仮定し、それぞれ式(3.1.22)、式(3.1.23)で定義します。

$$K_{ev} = K_{ev0} p' \quad (3.1.22)$$

$$K_{es} = K_{es0} p' \quad (3.1.23)$$

せん断弾性係数  $G$  は、式(3.1.24)で表されます。

$$G = \frac{1}{3} K_{es} \tag{3.1.24}$$

### 3.2. モデルパラメータ

一般に、PZ-Clay モデルのパラメータのうち 7 個 ( $K_{es0}$ 、 $K_{ev0}$ 、 $M$ 、 $C(=M_e/M_c)$ 、 $\alpha$ 、 $H_0$ 、 $\mu$ ) は正規圧密粘性土の挙動を表現するためのものであり、他の 3 個 ( $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 、 $\gamma$ ) は過圧密粘性土の挙動や繰返し荷重を受ける粘性土の挙動を表現するためのものです。

PZ-Clay モデルのパラメータ  $K_{es0}$ 、 $K_{ev0}$  および  $H_0$  は圧密試験結果を用いて一義的に決められます。また、 $M$  および  $C(=M_e/M_c)$  は限界状態の内部摩擦角を用いて一義的に決められます。 $\alpha$  および  $\mu$  は、圧密排水(CD)三軸圧縮試験もしくは圧密非排水(CU)三軸圧縮試験の偏差応力  $q \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線を精度よく再現するために調整する必要があります。また、パラメータ  $\beta_0$ 、 $\beta_1$  および  $\gamma$  は過圧密粘性土の挙動や繰返し非排水三軸試験の結果を精度よく再現できるように調整し、同定します。

PZ-Clay モデルのパラメータを同定する前に、要素試験シミュレーションの対象となる実験結果を整理します。整理する項目は、試験種類によって異なります。(1)～(3)にそれぞれの実験結果に対して整理する項目を示します。

#### (1) 圧密排水(CD)三軸圧縮試験

①～④の関係を整理する。

- ① 主応力差  $q (= \sigma_1 - \sigma_3) \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ② 体積ひずみ  $\varepsilon_v \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ③ 応力比  $\eta (= q/p')$   $\sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ④ ダイレイタンスー ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ )  $\sim$  応力比  $\eta$  曲線

#### (2) 圧密非排水(CU)三軸圧縮試験

①～④の関係を整理する。

- ① 主応力差  $q \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ② 間隙水圧  $\Delta u \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ③ 主応力差  $q \sim$  平均有効主応力  $p'$  曲線(応力経路)
- ④ 応力比  $\eta (= q/p')$   $\sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線

#### (3) 繰返し非排水三軸試験

①～⑥の関係を整理する。

- ① 繰返し偏差応力  $\sigma_a$  の時刻歴
- ② 軸ひずみの時刻歴
- ③ 過剰間隙水圧  $\Delta u$  もしくは過剰間隙水圧比  $L_u$  の時刻歴
- ④ 主応力差  $q \sim$  平均有効主応力  $p'$  曲線
- ⑤ 主応力差  $q \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線
- ⑥ 繰返し応力振幅比  $\sim$  繰返し載荷回数曲線(液状化強度曲線)

以上に示した、実験より得られるそれぞれの曲線に解析結果をフィッティングさせることより、PZ-Clay モデルのパラメータを同定することができます。

次に、それぞれのパラメータについて、具体的な同定方法を述べます。

1.  $M$

ここに  $M$  は要素試験シミュレーションプログラム中のパラメータ  $M_f$  を指します。

パラメータ  $M$  は限界状態線 (CSL) の勾配です。  $M$  の値の範囲は概ね 1.00~1.65 (内部摩擦角  $\phi' = 25^\circ \sim 40^\circ$  に相当する) となります。

2.  $C$

パラメータ  $C$  は伸張側と圧縮側の限界状態線 (CSL) の勾配の比であり、0.8 とすることが多いです。

多くの実験結果では、三軸圧縮側の内部摩擦角  $\phi'_c$  は三軸伸長側の内部摩擦角  $\phi'_e$  と等しくなります。この場合、式(3.1.13)より  $C$  は式(3.2.1)で表されます。

$$C = \frac{3}{3+M} \quad (3.2.1)$$

また、図-2.2.1 に示すように、式(3.1.14)で表される  $\pi$  平面上の降伏面が凸な形状を保つために、 $C \geq 7/9$  であることが必要です。

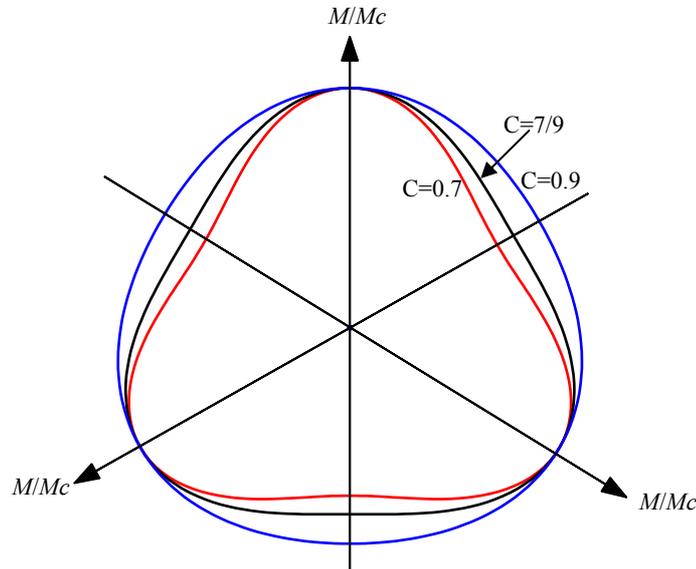


図-3.2.1 パラメータ  $C$  の  $\pi$  平面上の降伏面の形状に及ぼす影響

3.  $\alpha$

ここで、 $\alpha$  は要素試験シミュレーションプログラム中のパラメータ  $\alpha_f$  を指します。

圧密排水 (CD) 三軸圧縮試験のダイレイタンスー ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ ) ~ 応力比  $\eta$  曲線は一般に直線で近似することができます。このダイレイタンスー ~ 応力比曲線から  $\alpha$  を読み取ります。  $\alpha = d_0/M - 1$  であり、 $d_0$  は応力比がゼロであるときのダイレイタンスーです。また、正規圧密粘性土の圧密非排水 ( $\overline{CU}$ ) 三軸圧縮試験において、初期拘束圧が  $p_c$  であるとき、最大偏差応力は式(3.2.2)で計算することができます。

$$q_{\max} = Mp_c \left( \frac{1}{1+\alpha} \right)^{1/\alpha} \quad (3.2.2)$$

したがって、 $\alpha$  は  $q_{\max}/Mp_c$  の値より、図-3.2.2 から読み取ることが出来ます。また、近似式(3.2.3)で算出することも可能です。

$$\alpha = 70.198 \left( \frac{q_{\max}}{Mp_c} \right)^3 - 75.535 \left( \frac{q_{\max}}{Mp_c} \right)^2 + 33.192 \left( \frac{q_{\max}}{Mp_c} \right) - 5.491 \quad (3.2.3)$$

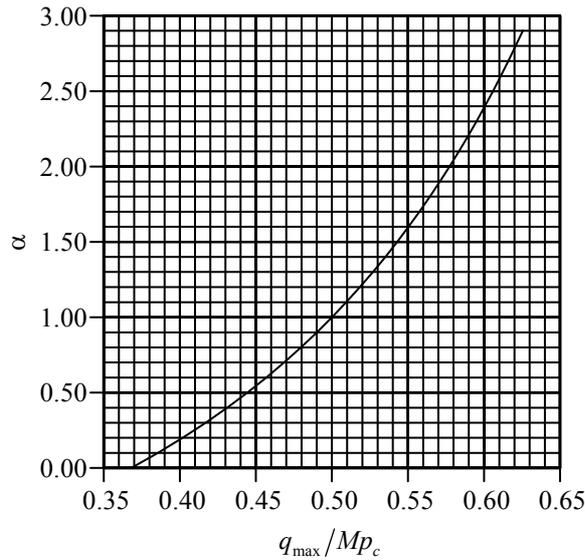


図-3.2.2 正規圧密粘性土の圧密非排水(CU)三軸圧縮試験において、 $\alpha$  と  $q_{\max}/Mp_c$  との関係

ここで、 $\alpha=0$  の場合は、PZ-Clay モデルの降伏面が Cam-Clay モデルの降伏面と同様になり、 $\alpha=1$  の場合は PZ-Clay モデルによる最大偏差応力が修正 Cam-Clay モデルによるものと同等になります。

パラメータ  $\alpha$  の値を調整することにより、偏差応力  $q \sim$  軸ひずみ  $\varepsilon_a$  曲線を精度よく再現することができます。

4.  $K_{ev0}$

$K_{ev0}$  は、式(3.2.4)で示す関係があります。

$$K_{ev0} = \frac{1+e_0}{\kappa} \quad (3.2.4)$$

ここに、 $\kappa$  は圧密除荷曲線の勾配、 $e_0$  は先行圧密荷重での間隙比です。

5.  $K_{es0}$

ここに  $K_{es0}$  は要素試験シミュレーションプログラム中のパラメータ  $G_{es0}$  を指します。

$K_{es0}$  は式(3.2.5)より計算できる。

$$K_{es0} = \frac{9K_{ev0}(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \quad (3.2.5)$$

ここに、 $\nu$  はポアソン比であり、0.2~0.3 とします。

6.  $H_0$

パラメータ  $H_0$  は式(3.2.6)より計算できます。

$$H_0 = \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \quad (3.2.6)$$

ここに、 $\lambda$  は正規圧密曲線の勾配、 $\kappa$  は圧密除荷曲線の勾配、 $e_0$  は先行圧密荷重での間隙比です。

$\lambda = 0.02 + 0.0045PI$ 、 $\kappa = 0.00084(PI - 4.6)^3$  をより計算した  $H_0$  初期値とすることができます。また、 $\lambda = 0.434C_c$ 、 $\kappa = 0.434C_s$  でそれぞれ  $\lambda$  および  $\kappa$  計算することもできます。ここに、 $PI$  は塑性指数、 $C_c$  は圧縮指数、 $C_s$  は膨潤指数です。

7.  $\mu$

パラメータ  $\mu$  の値の範囲は 2~4 となり、2 とすることが多いです。初期値として 2 が用いられます。

8.  $\beta_0$

パラメータ  $\beta_0$  は、ひずみ軟化挙動をコントロールします。初期値として、過圧密比  $OCR$  が用いられます。

9.  $\beta_1$

パラメータ  $\beta_1$  は、過圧密粘性土の応力比のピーク値をコントロールします。0.1~0.2 と設定されることが多いです。初期値として 0.10 が用いられます。

10.  $\gamma$

パラメータ  $\gamma$  は、偏差応力による硬化を表現するために導入したものです。 $\gamma$  が 2 より大きい場合は、偏差応力による硬化が著しくなります。 $\gamma$  を 0.4~8.0 の範囲内に設定することが多いです。

過圧密粘性土の挙動を精度よく再現するために、パラメータ  $\beta_0$ 、 $\beta_1$  および  $\gamma$  を調整する必要があります。

PZ-Clay モデルのパラメータ同定においては、他の多くのモデルと同様に全ての試験結果を完全にマッチングすることは非常に困難なため、大局的に判断することが重要となります。例えば、ひずみが増大するにしたがい応力の変化が激しくなることがよくあります。このような試験結果に対しては、対象とするひずみレベルまでの試験結果を用いてパラメータを同定すればよいと考えられます。

### 3.3. 解析例 1

参考文献 2)に掲載されている、正規圧密の Weald Clay の圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験を PZ-Clay モデルでシミュレーションした例を示します。

#### (1) 試料

試料名: Weald Clay

圧密有効拘束圧:  $\sigma'_c = 30 \text{ psi}$  (等方圧密)

過圧密比:  $OCR = 1.0$  (正規圧密)

#### (2) 要素試験シミュレーションの入力データの作成

##### ① 実験条件

実験条件の入力は、[実験条件の設定]ダイアログで行います。[実験条件の設定]ダイアログを以下に示します。参考文献 2)を参考に実験条件を入力します。

##### ■[材料構成モデル]コンボボックス

ここでは、PZ-Clay モデルのパラメータ同定を行いますので、プルダウンメニューから「PZ-Clay」を選択します。

##### ■[実験タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は、圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験ですので、プルダウンメニューから「三軸圧縮試験」を選択します。

### ■[実験時の排水条件]ラジオグループ

シミュレーションの対象とする実験は非排水ですので、「非排水」を選択します。

### ■[単位変換タイプ]コンボボックス

実験結果は psi 単位で整理されています。したがって、解析では、psi 単位で入力し psi 単位で結果を出力します。入力と出力の単位が同じ場合、つまり、単位を変換しない場合は、「無変換: 入出力 (kPa)」を選択します。入出力の単位が同じ場合は、単位系に関わらず「無変換: 入出力 (kPa)」を選択します。

### ■[载荷タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は、静的な単調载荷試験ですので、プルダウンメニューから「単調载荷」を選択します。

### ■[最大軸ひずみ]エディット

シミュレーションの対象とするひずみレベルを入力します。参考文献 2)では、軸ひずみ 20%までを対象として解析を行っています。したがって、0.20 を入力します。

### ■[実験時の拘束圧]エディットグループ

実験時の拘束圧を入力します。シミュレーションの対象とする実験の拘束圧は、等方応力状態で  $\sigma_c' = 30 \text{ psi}$  です。したがって、 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 30 \text{ psi}$  を入力します。

## ② パラメータ

PZ-Clay モデルのパラメータを[パラメータの設定]ダイアログより入力します。ここでは、参考文献 2)に示されているパラメータを入力します。

また、平均有効主応力  $P_0$  には実験時の拘束圧  $\sigma_c' = 30 \text{ psi}$  を、過圧密比  $OCR$  には  $OCR = 1.0$  を入力します。

Mf	C	$\alpha_f$	Kevo	Geso	$\beta_0$	$\beta_1$	Ho	$\mu$	$\gamma$	$P_0$ (kN/m <sup>2</sup> )	OCR
0.900	0.800	1.000	26.700	25.500	0.000	0.000	165.000	3.000	0.400	30.000	1.000

### ■ $M_f$

参考文献 2)pp.140 より、 $M_f = M = 0.90$  を入力します。

### ■ C

初期値としてよく用いられている  $C = 0.80$  を入力します。

### ■ $\alpha_f$

ここでは、修正 Cam-Clay モデルの最大偏差応力と等しくなるように設定します。すなわち、 $\alpha_f = 1.0$  を入力します。

■  $K_{ev0}$

参考文献 2)pp.140 では、 $K_{ev0} = 800.0 \text{ psi}$  です。本プログラムでは、 $K_{ev0}$  を式(3.1.22)で定義していますので、ここでは、初期平均有効主応力  $p_0' = 30.0 \text{ psi}$  で除して、 $K_{ev0} = \frac{800.0 \text{ psi}}{30.0 \text{ psi}} = 26.7$  を入力します。

■  $G_{es0}$

参考文献 2)pp.140 では、 $G_{es0} = 766.0 \text{ psi}$  です。本プログラムでは、 $G_{es0}$  を式(3.1.23)で定義していますので、ここでは、初期平均有効主応力  $p_0' = 30.0 \text{ psi}$  で除して、 $G_{es0} = \frac{766.0 \text{ psi}}{30.0 \text{ psi}} = 25.5$  を入力します。

■  $\beta_0$

正規圧密粘土の場合、本パラメータは解析結果に関係がありません。したがって、 $\beta_0 = 0.0$  を入力します。

■  $\beta_1$

正規圧密粘土の場合、本パラメータは解析結果に関係がありません。したがって、 $\beta_1 = 0.0$  を入力します。

■  $H_0$

参考文献 2)pp.140 より、 $H_0 = 165.0$  を入力します。

■  $\mu$

参考文献 2)pp.140 より、 $\mu = 3.0$  を入力します。

■  $\gamma$

参考文献 2)pp.140 より、 $\gamma = 0.40$  を入力します。

■  $P_0$

実験時の拘束圧より、 $P_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{30 + 30 + 30}{3} = 30 \text{ psi}$  を入力します。

■  $OCR$

本試料は正規圧密粘土ですので、過圧密比  $OCR = 1.0$  を入力します。

### ③ 荷重

荷重条件を[荷重の設定]ダイアログより入力します。



荷重ステージ番号	荷重ステップ数	軸ひずみの最大値
1	2000	0.200
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

#### ■[荷重ステージ番号]

荷重ステージを意味しています。通常、圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験における荷重ステージ数は1ですので、ここでは、1ステージのみの荷重条件を入力します。

#### ■[荷重ステップ数]

シミュレーション解析における荷重の分割数を入力します。通常は、1荷重ステージあたり1000~2000を入力します。ここでは、2000を入力しています。

#### ■[軸ひずみの最大値]

解析の対象とする軸ひずみの最大値を入力します。ここでは、軸ひずみ 20%までを対象としていますので、0.20を入力します。

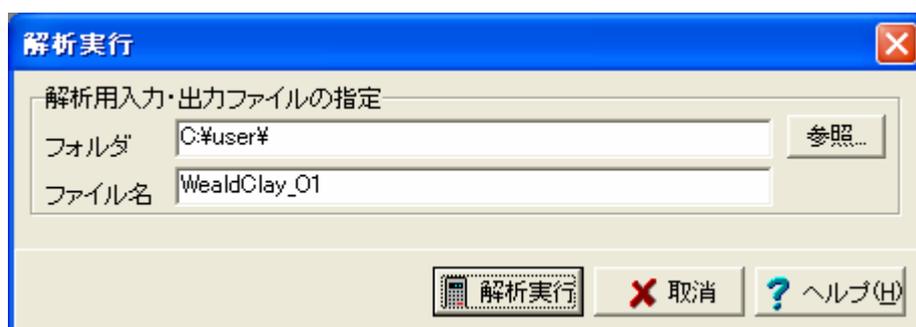
#### ④ 実験結果

実験結果を[実験結果の設定]ダイアログより入力します。ここでは、文献 2)に示されている図から実験値を読み取り、表に直接入力します。



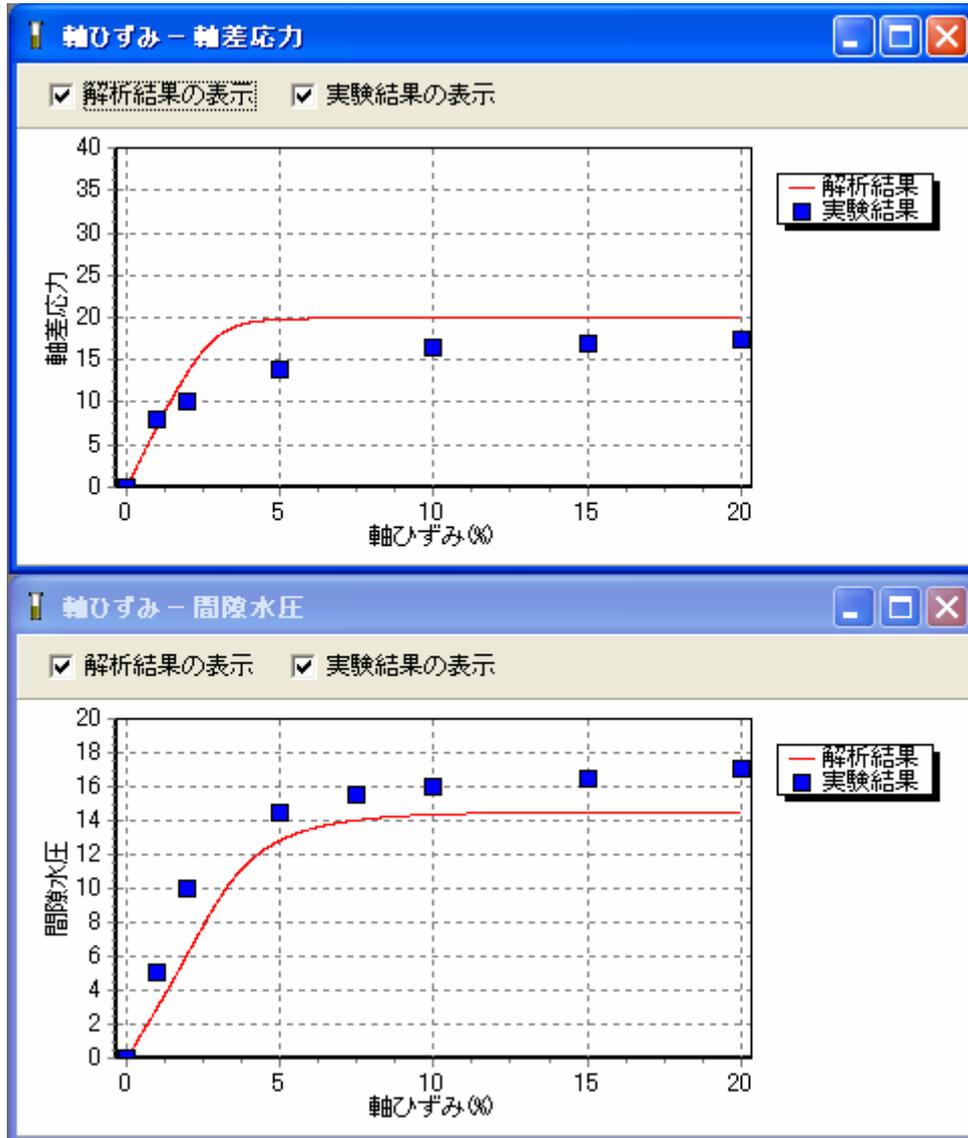
#### ⑤ 解析実行

[解析実行]ダイアログより、解析の入出力データを保存するフォルダと入出力ファイルのベース名を指定し、解析を実行します。



(3) 解析結果

(2)で設定した条件で解析を行った結果を以下に示します。この結果より、解析結果と実験結果がほぼ整合することが分かります。また、これらの結果は、参考文献2)pp.140 で示されているシミュレーション結果と概ね整合しています。



### 3.4. 解析例 2

参考文献 2)に掲載されている、正規圧密の Weald Clay の圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験を PZ-Clay モデルでシミュレーションした例を示します。

#### (1) 試料

試料名: Weald Clay

圧密有効拘束圧:  $\sigma'_c = 5 \text{ psi}$  (等方圧密)

過圧密比:  $OCR = 24.0$  (過圧密)

#### (2) 要素試験シミュレーションの入力データの作成

##### ① 実験条件

実験条件の入力は、[実験条件の設定]ダイアログで行います。[実験条件の設定]ダイアログを以下に示します。参考文献 2)を参考に実験条件を入力します。

#### ■[材料構成モデル]コンボボックス

ここでは、PZ-Clay モデルのパラメータ同定を行いますので、プルダウンメニューから「PZ-Clay」を選択します。

#### ■[実験タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は、圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験ですので、プルダウンメニューから「三軸圧縮試験」を選択します。

### ■[実験時の排水条件]ラジオグループ

シミュレーションの対象とする実験は非排水ですので、「非排水」を選択します。

### ■[単位変換タイプ]コンボボックス

実験結果は psi 単位で整理されています。したがって、解析では、psi 単位で入力し psi 単位で結果を出力します。入力と出力の単位が同じ場合、つまり、単位を変換しない場合は、「無変換: 入出力 (kPa)」を選択します。入出力の単位が同じ場合は、単位系に関わらず「無変換: 入出力 (kPa)」を選択します。

### ■[载荷タイプ]コンボボックス

シミュレーションの対象とする実験は、静的な単調载荷試験ですので、プルダウンメニューから「単調载荷」を選択します。

### ■[最大軸ひずみ]エディット

シミュレーションの対象とするひずみレベルを入力します。参考文献 2)では、軸ひずみ 20%までを対象として解析を行っています。したがって、0.20 を入力します。

### ■[実験時の拘束圧]エディットグループ

実験時の拘束圧を入力します。シミュレーションの対象とする実験の拘束圧は、等方応力状態で  $\sigma_c' = 5 \text{ psi}$  です。したがって、 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 5 \text{ psi}$  を入力します。

## ② パラメータ

PZ-Clay モデルのパラメータを[パラメータの設定]ダイアログより入力します。ここでは、参考文献 2)に示されているパラメータを入力します。

また、平均有効主応力  $P_0$  には実験時の拘束圧  $\sigma_c' = 5 \text{ psi}$  を、過圧密比  $OCR$  には  $OCR = 24.0$  を入力します。

Mf	C	$\alpha_f$	Kevo	Geso	$\beta_0$	$\beta_1$	Ho	$\mu$	$\gamma$	$P_0$ (kN/m <sup>2</sup> )	OCR
0.900	0.800	1.000	320.400	306.000	24.000	0.100	165.000	3.000	0.400	5.000	24.000

### ■ $M_f$

参考文献 2)pp.140 より、 $M_f = M = 0.90$  を入力します。

### ■ C

初期値としてよく用いられている  $C = 0.80$  を入力します。

### ■ $\alpha_f$

ここでは、修正 Cam-Clay モデルの最大偏差応力と等しくなるように設定します。すなわち、 $\alpha_f = 1.0$  を入力します。

■  $K_{ev0}$

参考文献 2)pp.140 では、正規圧密状態で  $K_{ev0} = 800.0 \text{ psi}$  です。過圧密粘土の場合、正規圧密粘土の値を数倍して用いることが多いです。一般に、過圧密比  $OCR$  が大きいほどその倍率が大きくなります。ここでは、参考文献 4)より、正規圧密粘土の 12 倍の値を用います。

本プログラムでは、 $K_{ev0}$  を式(3.1.22)で定義していますので、ここでは、初期平均有効主応力  $p_0' = 30.0 \text{ psi}$  で除した  $K_{ev0} = \frac{800.0 \text{ psi}}{30.0 \text{ psi}} = 26.7$  が正規圧密粘土の値となります。したがって、これを 12 倍した値  $K_{ev0} = 26.7 \times 12 = 320.4$  を入力します。

■  $G_{es0}$

参考文献 2)pp.140 では、正規圧密状態で  $G_{es0} = 766.0 \text{ psi}$  です。過圧密粘土の場合、正規圧密粘土の値を数倍して用いることが多いです。一般に、過圧密比  $OCR$  が大きいほどその倍率が大きくなります。ここでは、参考文献 4)より、正規圧密粘土の 12 倍の値を用います。

正規圧密粘土の 12 倍の値をよく用いています。本プログラムでは、 $G_{es0}$  を式(3.1.23)で定義していますので、ここでは、初期平均有効主応力  $p_0' = 30.0 \text{ psi}$  で除した  $G_{es0} = \frac{766.0 \text{ psi}}{30.0 \text{ psi}} = 25.5$  が正規圧密粘土の値をなります。したがって、これを 12 倍した値  $G_{es0} = 25.5 \times 12 = 306.0$  を入力します。

■  $\beta_0$

初期値として推奨されている  $\beta_0 = OCR = 24$  (過圧密比)を入力します。

■  $\beta_1$

初期値として推奨されている  $\beta_1 = 0.10$  を入力します。

■  $H_0$

参考文献 2)pp.140 より、 $H_0 = 165.0$  を入力します。

■  $\mu$

参考文献 2)pp.140 より、 $\mu = 3.0$  を入力します。

■  $\gamma$

参考文献 2)pp.140 より、 $\gamma = 0.40$  を入力します。

■  $P_0$

実験時の拘束圧より、 $P_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{5 + 5 + 5}{3} = 5 \text{ psi}$  を入力します。

■  $OCR$

本試料は過圧密比  $OCR = 24$  過圧密粘土ですので、過圧密比  $OCR = 24.0$  を入力します。

### ③ 荷重

荷重条件を[荷重の設定]ダイアログより入力します。



荷重ステージ番号	荷重ステップ数	軸ひずみの最大値
1	1000	0.200
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

#### ■[荷重ステージ番号]

荷重ステージを意味しています。通常、圧密非排水( $\overline{CU}$ )三軸圧縮試験における荷重ステージ数は1ですので、ここでは、1ステージのみの荷重条件を入力します。

#### ■[荷重ステップ数]

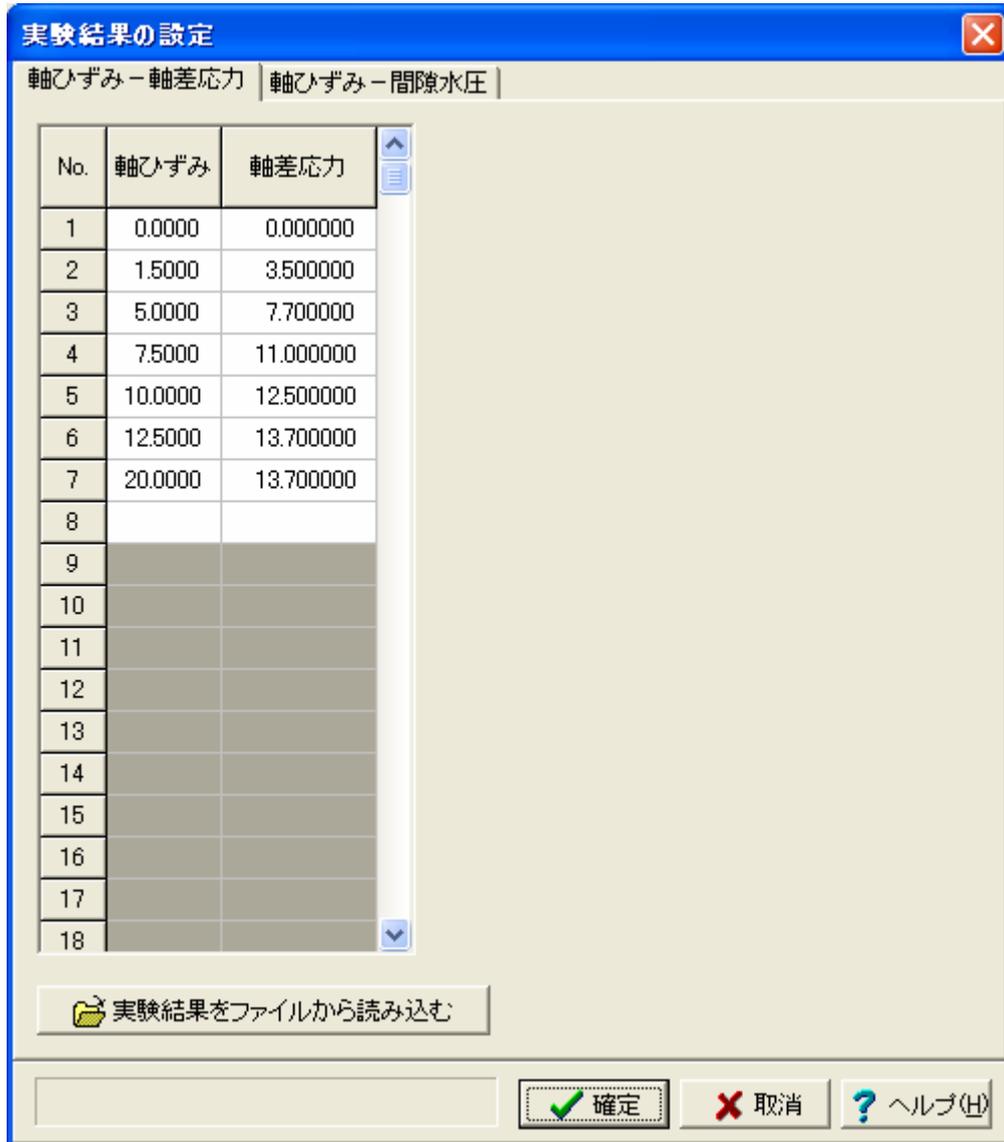
シミュレーション解析における荷重の分割数を入力します。通常は、1荷重ステージあたり1000~2000を入力します。ここでは、1000を入力しています。

#### ■[軸ひずみの最大値]

解析の対象とする軸ひずみの最大値を入力します。ここでは、軸ひずみ 20%までを対象としていますので、0.20を入力します。

#### ④ 実験結果

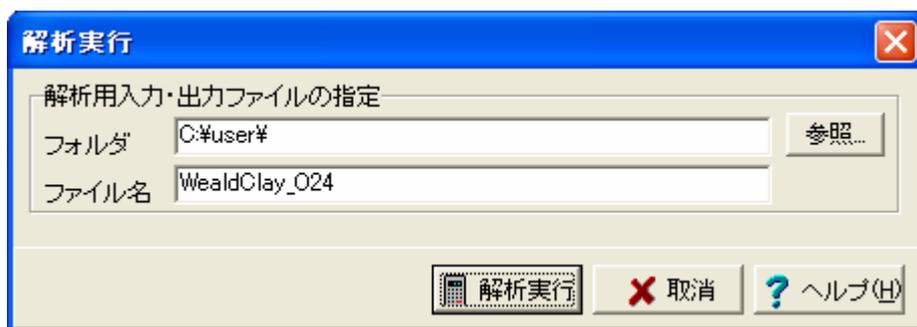
実験結果を[実験結果の設定]ダイアログより入力します。ここでは、文献 2)に示されている図から実験値を読み取り、表に直接入力します。



No.	軸ひずみ	軸差応力
1	0.0000	0.000000
2	1.5000	3.500000
3	5.0000	7.700000
4	7.5000	11.000000
5	10.0000	12.500000
6	12.5000	13.700000
7	20.0000	13.700000
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		

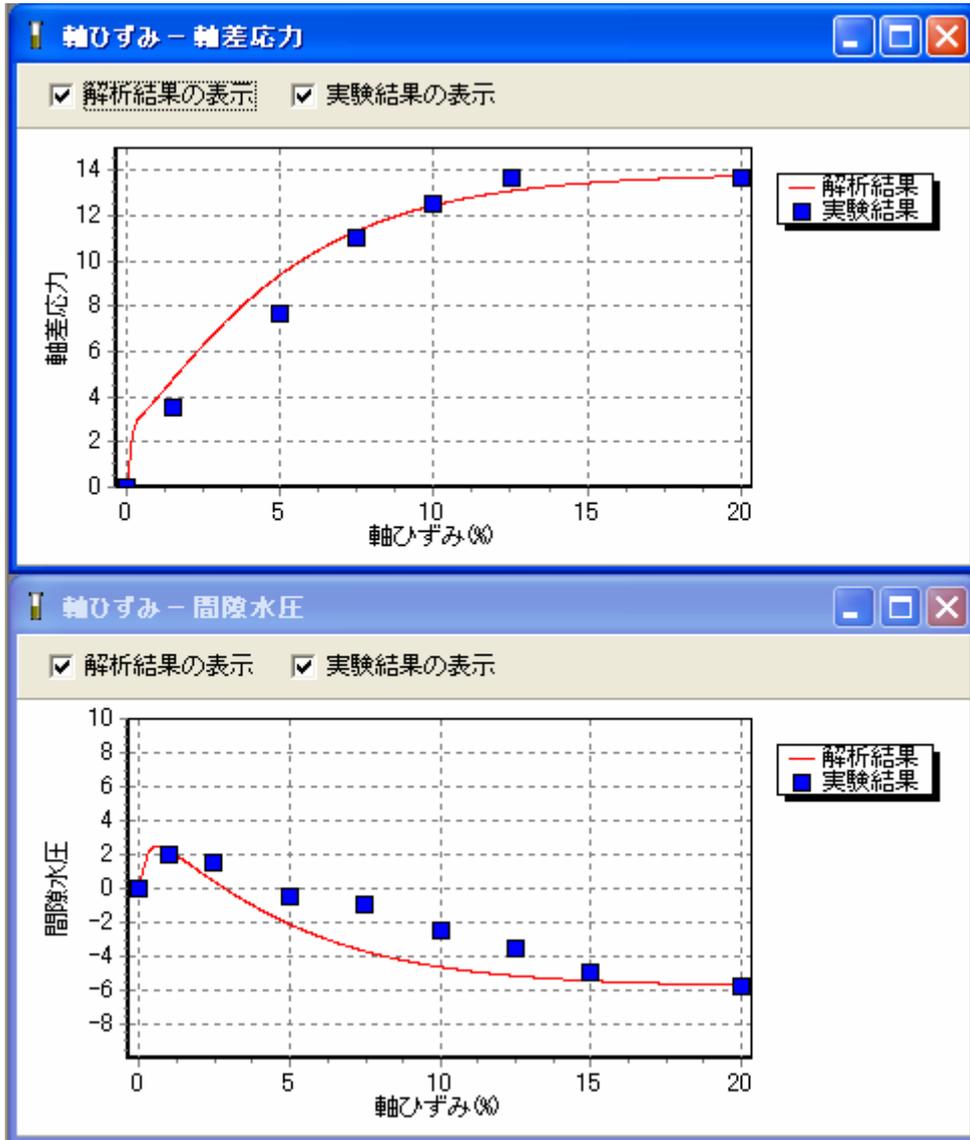
#### ⑤ 解析実行

[解析実行]ダイアログより、解析の入出力データを保存するフォルダと入出力ファイルのベース名を指定し、解析を実行します。



(3) 解析結果

(2)で設定した条件で解析を行った結果を以下に示します。この結果より、解析結果と実験結果がほぼ整合することが分かります。また、これらの結果は、参考文献2)で示されているシミュレーション結果と概ね整合しています。



## 4. おわりに

本資料では、PZ-Sand モデルおよび PZ-Clay モデルのパラメータを要素試験シミュレーションにより同定する方法について示しました。要素試験シミュレーションプログラムの使用方法や解析理論については、別途、要素試験シミュレーションマニュアルおよび製品ヘルプをご参照ください。

**参考文献：**

- 1) Pastor, M., Zienkiewicz, O. C., and Chan, A. H.: Generalized plasticity and the modeling of soil behaviour, International Journal for Numerical and Analytical Methods In Geomechanics, Vol. 14, No. 3, pp. 151-190, 1990.
- 2) Zienkiewicz, O. C., Chan, A. H. C., Pastor, M., Schrefler, B. A., and Shiomi, T.: Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1999.
- 3) Sakajo, S., and Kamei, T.: Simplified deformation analysis for embankment foundation using elasto-plastic model, Soils and Foundations, Vol. 36, No. 2, pp. 1-11, 1996.
- 4) Crouch, R. S. and Wolf, J. P.: Unified 3D critical state bounding-surface model for soils incorporating continuous plastic loading under cyclic paths: Part I and Part II, Int. J. Num. Ana. Meth. Geomech., Vol.18, pp.735-784, 1994